

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МІСЬКОГО**  
**ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

**Є. Г. СТОЯНОВ**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ З КУРСУ**

**ДИНАМІКА БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ**

(для студентів 5 курсу денної і 6 курсу заочної форм навчання  
спеціальності 7.06010101, 8.06010101 – Промислове та цивільне будівництво  
та слухачів другої вищої освіти )

**Харків**  
**ХНУМГ**  
**2014**

**Стоянов Є. Г.** Конспект лекцій з курсу «Динаміка будівельних конструкцій» ( для студентів 5 курсу денної і 6 курсу заочної форм навчання спеціальності 7.06010101, 8.06010101 – Промислове та цивільне будівництво та слухачів другої вищої освіти) / Є. Г. Стоянов; Харк. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Х.: ХНУМГ, 2014. – 76 с.

Автор Є. Г. Стоянов

Рецензент: д.т.н., проф. В. С. Шмуклер, зав. кафедри будівельних конструкцій Харківського національного університету міського господарства ім. О. М. Бекетова, академік Академії будівництва України, Лауреат Державної премії України

Цей конспект лекцій є коротким викладом курсу «Динаміка будівельних конструкцій» для студентів 5 курсу денної і 6 курсу заочної форм навчання та слухачів другої вищої освіти напряму «Будівництво» спеціальності «Промислове і цивільне будівництво». Він також може бути рекомендований для практичних розрахунків інженерам-проектувальникам.

*Рекомендовано кафедрою будівельних конструкцій,  
протокол № 4 від 3.11.2014 р.*

## Зміст

<b>Вступ .....</b>	<b>4</b>
<b>Розділ 1.</b> Загальні положення. Нормування коливань. Порядок динамічного розрахунку споруд .....	<b>5</b>
<b>Розділ 2.</b> Динамічні навантаження. Розрахункові схеми споруд. Частоти і форми власних коливань.....	<b>8</b>
<b>Розділ 3.</b> Резонанс. Частотні зони. Коефіцієнт динамічності. Особливості роботи будівельних матеріалів. Затухання коливань. ....	<b>14</b>
<b>Розділ 4.</b> Розрахунок споруд і конструкцій на дію імпульсивних навантажень. Імпульсний резонанс .....	<b>18</b>
<b>Розділ 5.</b> Розрахунок фундаментів машин з динамічними навантаженнями .....	<b>25</b>
<b>Розділ 6.</b> Коливання систем з кількома ступенями свободи. Частоти і форми власних коливань. Вимушені коливання, визначення амплітуд коливань.....	<b>35</b>
<b>Розділ 7.</b> Коливання систем з нескінченним числом ступенів свободи. Два способи вирішення задачі .....	<b>40</b>
<b>Розділ 8.</b> Віброізоляція будівельних конструкцій. Конструктивні особливості. Основи розрахунку віброізоляції.....	<b>47</b>
<b>Розділ 9.</b> Проектування будівель у сейсмічних районах. Визначення сейсмічних сил. Практичний розрахунок будівель і споруд. Конструктивні заходи із сейсмосахисту.....	<b>55</b>
<b>Додатки .....</b>	<b>72</b>
<b>Список джерел .....</b>	<b>76</b>

## Вступ

У сучасних умовах проектування будівель, споруд та їх елементів неможливе без урахування динамічних впливів. У виробничому процесі завжди має місце технологічне обладнання, що стає джерелом вібрацій, ударів, вибухів. Особливе місце займають динамічні розрахунки будівель і споруд, що будуються в сейсмічних районах.

У даному курсі не має змоги навіть шляхом короткого огляду відобразити велику кількість висновків наукових досліджень в області динаміки споруд. Тому тут розглядаються прикладні методи розрахунку будівельних конструкцій, що найбільш часто зустрічаються в будівельній практиці.

Наводяться також необхідні відомості з теорії динаміки споруд, а також деякі ілюстрації щодо використання рішень інженерних задач в будівництві.

Розглядаються такі прикладні задачі:

- розрахунок фундаментів під машини і обладнання;
- розрахунок перекриттів та покрівель, що знаходяться під впливом періодичних та імпульсних навантажень;
- принципи проектування споруд в умовах сейсмічних впливів.

Теоретичні положення ілюструються прикладами, що мають місце в інженерній практиці.

Конспектом лекцій можуть користуватися проектувальники при виконанні динамічних розрахунків.

## Розділ 1

### Загальні положення. Нормування коливань. Порядок динамічного розрахунку споруд

Будь-які динамічні впливи викликають коливання споруд. Коливання, що виникають в механічних системах, називають механічними, або вібраціями.

За суттю явищ, що мають місце в цих системах, коливання бувають:

- вільними (власними), які відбуваються в механічній системі, що виведена із стану рівноваги при відсутності зовнішнього впливу;
- вимушеними, що виникають в механічній системі як результат дії зовнішніх (збурюючих) сил;
- параметричними, що викликаються періодичною зміною параметрів системи (наприклад, її жорсткості, маси та ін.).

Процес коливань характеризується такими головними параметрами:

- амплітудою  $A=0.5(y_{\max}-y_{\min})$ , або найбільшим відхиленням від положення рівноваги, що дорівнює половині загального розмаху коливань, м;
- періодом  $T$ , або тривалістю повного коливання, с;
- частотою  $f = 1/T$ , або числом коливань в одиницю часу, Гц;
- круговою частотою  $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ , або числом коливань за  $2\pi$  одиниць часу, 1/с;
- фазою  $\varphi=\omega t+\varphi_0$ , або кутом, що характеризує миттєвий стан коливальної системи при даних відхиленні й часу, рад. Тут  $\varphi_0$  – значення фази на початку коливань при  $t = 0$ ; час  $t$  вираховується від початку коливань, с.

Простим і найбільш важливим типом коливань є гармонічні (синусоїдальні), що змінюються за законом

$$y(t) = \text{Sin}(\omega t + \varphi_0) . \quad (1.1)$$

Швидкість при гармонічних коливаннях

$$v = dy/dt = \omega A \text{Cos}(\omega t + \varphi_0). \quad (1.2)$$

Прискорення при гармонічних коливаннях

$$a = dv/dt = d^2y/dt^2 = - \omega^2 A \text{Sin}(\omega t + \varphi_0). \quad (1.3)$$

Гармонічні коливання однакової частоти називають синхронними, а синхронні коливання з однаковими фазами - синфазними.

Два синхронні коливання з фазами, що відрізняються на  $\pi$  ( $180^\circ$ ), називають протифазними.

Допустимий рівень коливань споруд та їх елементів визначається:

- фізіологічним впливом коливань на людей;
- несучою здатністю конструкцій, що коливаються;

- впливом коливань на технологічні процеси виробництва;
- необхідністю забезпечення достатньої жорсткості при коливаннях.

Допустимий рівень коливань за санітарно-гігієнічними умовами визначається характером та інтенсивністю впливу на людей.

За характером впливу на людей вібрація може бути загальною, що діє на людину через поверхні опор, і локальною, що передається через руки людини.

Гігієнічну оцінку вібрації, що діє на людину, ведуть згідно з Державними санітарними нормами України ДСН 3.3.6039-99.

Показниками коливань є середньоквадратичні або амплітудні значення віброприскорення, віброшвидкості й вібропереміщення.

Замість цих трьох параметрів часто використовують логарифмічну децибельну шкалу, що служить певним синтезуючим умовним показником.

Загальний спектр частот коливань містить в собі октавні частотні смуги із середньгеометричними значеннями частот

1; 2; 4; 8; 31,5; 63; 125; 250; 500; 1000 Гц.

Коливання з частотами до 31,5 Гц – низькочастотні, з більшими значеннями частот – високочастотні.

У будівництві допустимі рівні коливань визначають за шістьма смугами загального впливу (табл. 1.1).

В офісних і житлових приміщеннях допустимий рівень коливань визначають за табл. 1.2.

Якщо до коливань промислових споруд не ставляться вимоги за санітарними нормами або технологічними умовами, то треба виконувати вимоги обмеження коливань за несучою здатністю конструкцій і обмеження динамічного прогину (табл. 1.3).

Таблиця 1.1 – Допустимі значення параметрів коливань при загальній вібрації

Октавні смуги, Гц	Прискорення, $\text{м/с}^2$	Швидкість, $\text{мм/с}$	Амплітуда переміщень, мм		Рівень, dB
			Виробничі приміщення	Адміністр. приміщення	
2	0.40	18	1.4	0.2	108
4	0.28	6.3	0.25	0.035	99
8	0.28	3.2	0.063	0.009	93
16	0.56	3.2	0.0282	0.0039	92
31.5	1.12	3.2	0.014	0.002	92
63	2.25	3.2	0.0072	0.001	92

Таблиця 1.2 – Допустимі значення параметрів коливань для офісних і житлових приміщень

Октавні смуги, Гц	Прискорення, мм/с <sup>2</sup>	Швидкість, мм/с	Рівень, dB
2	20	1.8	-
4	14	0.63	-
8	14	0.32	115
16	28	0.28	109
31.5	56	0.28	109
63	112	0.28	109

Таблиця 1.3 – Амплітуди коливань конструкцій, що відповідають допустимому динамічному прогину

Частота, Гц	2	4	8	16	31.5	63
Амплітуда, мм	2.5	0.626	0.137	0.064	0.034	0.016

Динамічний розрахунок споруд і несучих будівельних конструкцій виконують в такому порядку:

- встановлюють динамічні навантаження від машин та обладнання для різних режимів роботи;
- встановлюють частоти і форми власних коливань конструкції;
- обчислюють амплітуди динамічних переміщень і перевіряють виконання санітарних і технологічних вимог щодо обмеження рівня коливань;
- визначають необхідність розрахунку на міцність;
- встановлюють амплітуди внутрішніх зусиль в конструкціях (згинальних моментів, перерізаючих сил) і виконують розрахунок на міцність і витривалість.

### Запитання для самоперевірки

1. За якими критеріями визначають допустимий рівень коливань?
2. Якими параметрами оцінюють інтенсивність коливань?
3. Які вимоги щодо рівня коливань повинні враховуватися при проектуванні технологічних процесів?
4. Який є порядок динамічного розрахунку?

## Розділ 2

### Динамічні навантаження. Розрахункові схеми споруд. Частоти і форми власних коливань

Всі динамічні навантаження підрозділяють на періодичні і імпульсивні.

Періодичні навантаження виникають від різних машин та устаткування. До імпульсивних належать навантаження від ударів, вибухів.

Особливе місце займають сейсмічні впливи.

Періодичні навантаження в свою чергу підрозділяють на три типи:

- навантаження від машин із конструктивно неврівноваженими рухомими частинами. Ці навантаження залежать від кінематичної схеми машини. До цього типу належать машини з кривошипно-шатунними й кривошипно-кулісними механізмами (поршневі компресори, стругальні й шліфувальні верстати, друкарські машини та ін.);
- навантаження від машин з номінально врівноваженими рухомими частинами. Ці навантаження виникають від дефектів балансування, виробки підшипників. Це такі машини, як електричні двигуни, центрифуги, вентилятори, токарні верстати;
- навантаження від руху оброблюваного матеріалу (в бетоно- та розчино-змішувачах, сушильних барабанах, млинах).

Для першого типу навантажень розрахунки виконують на базі даних кінематичної схеми з параметрами, що визначені паспортними даними машини.

Для другого типу машин навантаження визначають на базі експериментальних вишукувань і статистичних даних. Ці навантаження отримують за формулою

$$R = m e \theta^2 \gamma_f, \quad (2.1)$$

де  $R$  – амплітуда динамічної сили;

$m$  – маса рухомих частин машини, що визначається паспортними даними. Якщо ця маса не встановлена, її приймають рівною 40% від маси всієї машини;

$\theta$  – кругова частота обертання головного валу машини;

$e$  – величина можливого ексцентриситету, що має випадковий характер і визначається за табл. 2.1;

$\gamma_f$  – коефіцієнт надійності, що приймають за табл. 2.2.

Третій тип навантажень розглядається як короткочасні імпульси, що мають випадкові величину і повторення. Навантаження від кожної конкретної машини задаються як динамічний момент.



Таблиця 2.1 – Величина розрахункових ексцентриситетів у машинах з конструктивно врівноваженими рухомими частинами

Тип машини	$e$	Примітка
Центрифуги	$0.001D$	$D$ – діаметр ротора
Молоткові дробарки	1 мм	
Вентилятори з горизонтальною віссю, розташовані на перекриттях споруд: а) при статичному балансуванні б) при динамічному балансуванні	$0.3+0.001D$ 0.5 мм	$D$ – діаметр ротора
Вентилятори з горизонтальною віссю, розташовані в межферменному просторі або на покрівлі	0.8 мм	
Відцентрові насоси	1 мм	
Електричні машини	$60/(20+n^2)$	$n$ – число обертів ротора в секунду
Грохоти	$0.2 a$	$a$ – амплітуда коливань корпусу в відповідному напрямку

Таблиця 2.2 – Величина коефіцієнта надійності  $\gamma_f$

Тип машини	Найменування машини	$\gamma_f$
Конструктивно нерівноважені	Щекові дробарки, кривошипні механізми	1.3
	Смугові конвеєри	1.2
	Елеватори	1.5
Конструктивно врівноважені	Грохоти, молоткові дробарки	4
	Барабани, електродвигуни	2

Вибір розрахункових схем для динамічних розрахунків будівельних конструкцій визначається:

- точністю вихідних даних;
- різноманітністю факторів, що впливають на характер і рівень коливань;
- вимогами до точності розрахунків;
- методом розрахунку.

Точність вихідних даних, як правило, невисока, бо характеристика динамічних навантажень і динамічні властивості матеріалів змінюються в широких межах.

Важко дати оцінку впливу різних факторів, таких як, наприклад, розподіл змінних навантажень на споруді, сумісність роботи окремих конструктивних елементів, жорсткість стиків та ін. Крім того, обсяг обчислень має бути обмеженим. Тому в практичних розрахунках приймають приблизні і як можна простіші схеми.

Основні спрощення розрахункових схем полягають в розчленуванні конструкцій будівель на окремі елементи (рами, балки, плити) та в окремому розгляданні вертикальних і горизонтальних коливань.

Одним з головних заходів спрощення розрахункової схеми є розгляд

споруди як системи з фіксованим числом ступенів свободи.

Нижче наводяться окремі приклади зображення різних споруд і конструкцій у вигляді розрахункових динамічних схем. Так, консольна або однопрогонна балка може бути подана як система з однією або декількома зосередженими масами (рис. 2.1, а, б).

Водонапірна башта, наприклад, може бути подана як система з однією масою, що зосереджена в рівні резервуара (рис. 2.2).

Крізна конструкція (ферма, вежа) може бути подана як система з масами, що розташовані у вузлах решітки (рис. 2.3).

Поперечник одноповерхового промислового будинку з мостовими кранами може бути зображеним у вигляді динамічної схеми з двома масами, що зосереджені у рівнях верха колони і підкранової рейки (рис. 2.4).

Динамічна схема багатоповерхового будинку, що сприймає вплив горизонтальних (вітрових або сейсмічних) навантажень, зображується як система із зосередженими масами в рівнях перекриттів і покриття (рис. 2.5).

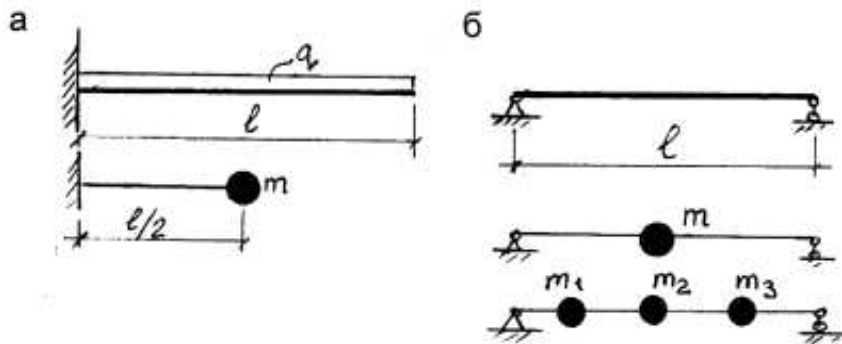


Рис. 2.1 – Розрахункові схеми балок  
а – консольних; б – однопрогонних

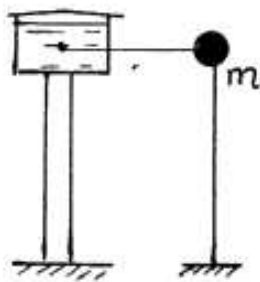


Рис. 2.2 – Динамічна схема  
водонапірної башти

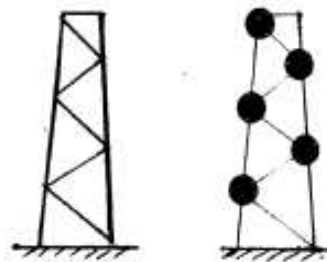


Рис. 2.3 – Динамічна схема  
крізної конструкції

Частоти і форми власних коливань – це найважливіші динамічні характеристики споруди. При визначенні частот і форм власних коливань маси конструкцій і тимчасові навантаження приймають за їх нормативними величинами.

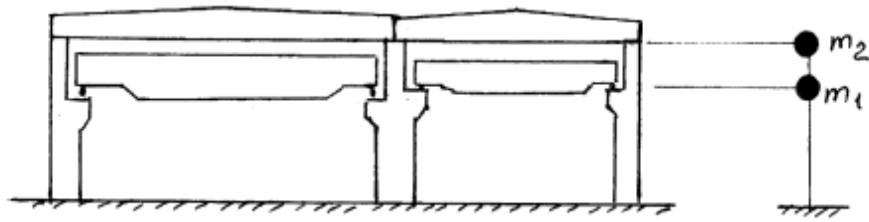


Рис. 2.4 – Розрахункова динамічна схема одноповерхового промислового будинку

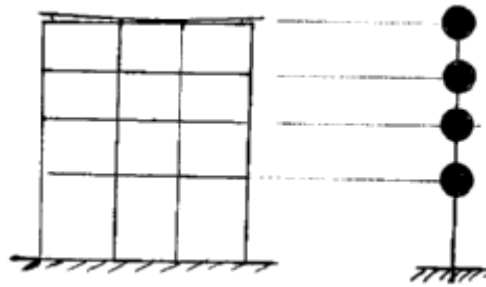


Рис. 2.5 – Розрахункова динамічна схема багатоповерхового будинку

Після зображення споруди у вигляді динамічної схеми із зосередженими масами можна визначити кількість частот і форм власних коливань. Якщо прийняти, що в даному напрямку кожна маса має один ступінь свободи, то кількість форм власних коливань дорівнює числу мас.

Кожній формі коливань відповідає своя частота коливань.

Першу форму власних (вільних) коливань називають фундаментальною, а інші форми коливань – вищими.

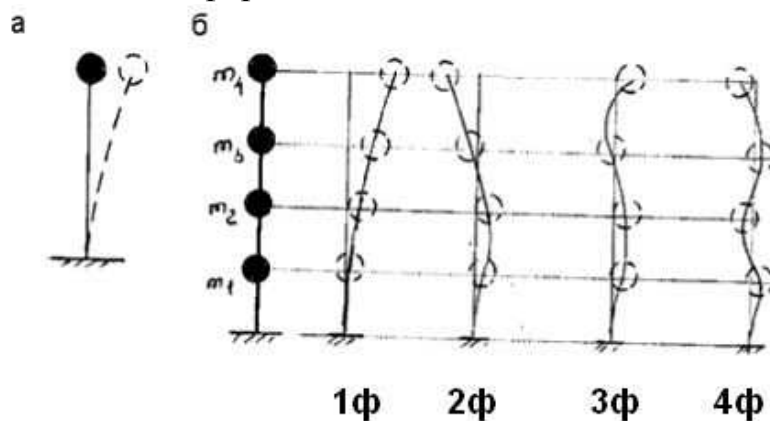


Рис. 2.6 – Форми власних коливань: а – одномасової системи;  
б – багатоповерхового будинку

Кругова частота власних коливань системи з однією масою без затухання визначається з формули

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{cg}{Q}} = \sqrt{\frac{g}{y_{cm}}} = \sqrt{\frac{1}{m\delta_{11}}}, \quad (2.2)$$

де  $m=Q/g$  – маса конструкції (споруди);

$c$  – коефіцієнт жорсткості системи (одинична жорсткість), або сила, що викликає одиничне переміщення;

$Q$  – навантаження ( $Q=mg$ );

$y_{ст}$  – статичне переміщення маси  $m$  під дією сили  $Q$ , що направлена в бік можливого коливання споруди;

$\delta_{11}$  – одинична податливість, або переміщення маси  $m$  під дією одиничної сили ( $\delta_{11}=1/c$ ).

У додатку 1 наведені формули, за якими визначають статичні переміщення однопрогонних балок для різних схем їх спирання і навантаження.

**Задача 2.1** (рис. 2.7). Визначити частоту і період власних коливань водонапірної башти. Сумарна вага резервуара з водою і опори дорівнює  $Q = 50$  кН. Опора виконана з бетону С16/20.

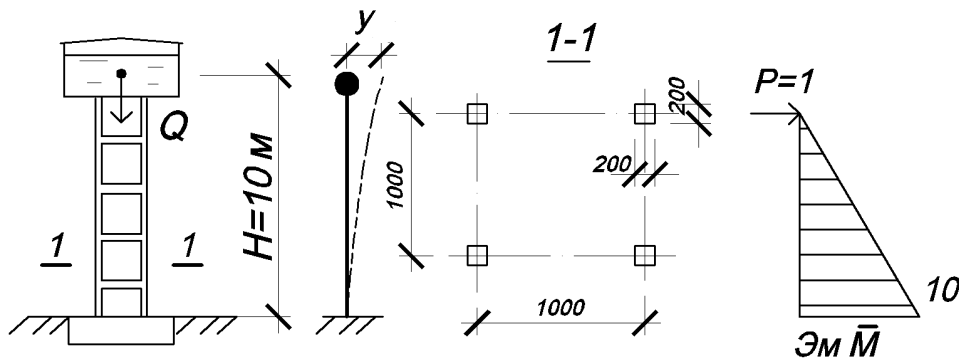


Рис. 2.7 – Вихідні дані, епюра одиничних моментів

Динамічна схема споруди – система з однією масою, розташованою в рівні центра ваги маси води в резервуарі.

В першому варіанті частоту власних коливань визначаємо за формулою

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{m\delta_{11}}}.$$

Модуль деформації бетону  $E = 27000$  МПа =  $2.7 \times 10^7$  кН/м<sup>2</sup>;

$$I = 4(0.2^4/12 + 0.2^2 \cdot 0.5^2) = 0.0405 \text{ м}^4;$$

Одиничне переміщення

$$\delta_{11} = \frac{\frac{H^2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3H}{EI} = 10^3/3 \cdot 2.7 \cdot 10^7 \cdot 0.0405 = 3.05 \cdot 10^{-4} \text{ м/кН};$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{Q\delta_{11}}} = \sqrt{\frac{9.81}{50 \cdot 3.05 \cdot 10^{-4}}} = 25.4 \text{ 1/с}$$

В другому варіанті частоту власних коливань визначаємо за формулою

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{cm}}}.$$

$$y_{cm} = \frac{QH^3}{3EI} = \frac{50 * 10^3}{3 * 2.7 * 10^7 * 0.0405} = 0.01524 \text{ м};$$

$$\omega = \sqrt{\frac{9.81}{0.01524}} = 25.4 \text{ 1/с};$$

період власних коливань  $T = 2\pi/\omega = 6.28/25.4 = 0.25 \text{ с}.$

**Задача 2.2** (рис. 2.8). Визначити період власних коливань балки з бетону С16/20, що разом з машиною, розташованою в середині прольоту, важить 40 кН.

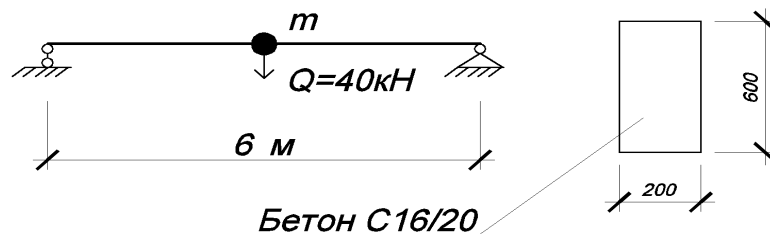


Рис. 2.8 – Динамічна схема балки

Динамічна схема балки – система з однією масою в середині.

$$E = 2.7 * 10^7 \text{ кН/м}^2;$$

$$I = 0.2 * 0.6^3 / 12 = 3.6 * 10^{-3} \text{ м}^4.$$

Власна вага балки  $Q_b = 0.2 * 0.6 * 6 * 25 = 18 \text{ кН};$

вага машини  $Q_m = 40 - 18 = 22 \text{ кН}.$

Статичне переміщення балки

$$y_{cm} = \frac{5}{384} * \frac{g_b l^4}{EI} + \frac{1}{48} * \frac{Q_m l^3}{EI} = \frac{5 * 0.2 * 0.6 * 25 * 6^4}{2.7 * 10^7 * 3.6 * 10^{-3}} + \frac{22 * 6^3}{2.7 * 10^7 * 3.6 * 10^{-3}} = 1.539 * 10^{-3} \text{ м};$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{cm}}} = \sqrt{\frac{9.81}{1.539 * 10^{-3}}} = 79.8 \text{ 1/с}.$$

Період власних коливань  $T = 6.28/79.8 = 0.079 \text{ с}.$

### Запитання для самоперевірки

1. Які існують типи періодичних навантажень?
2. Що означає розрахункова динамічна схема? Наведіть приклади.
3. Вимоги, які висуваються для визначення розрахункових динамічних схем.
4. Частоти власних коливань. Як визначають їх можливу кількість і форми?
5. Визначення кругової частоти власних коливань для системи з одним ступенем свободи.

### Розділ 3

#### Резонанс. Частотні зони. Коефіцієнт динамічності. Особливості роботи будівельних матеріалів. Затухання коливань

При наявності механічного збурення амплітуду коливань визначають за формулою

$$y = \frac{y_{ст}}{1 - \left(\frac{\theta}{\omega}\right)^2} = \mu y_{ст}, \quad (3.1)$$

де  $y_{ст}$  – прогин системи при статичній дії збурюючої сили.

Величину  $\mu = \frac{1}{1 - \left(\frac{\theta}{\omega}\right)^2}$  називають коефіцієнтом динамічності.

При  $\theta/\omega < 1$  напрям дії динамічної сили і переміщення збігаються, при  $\theta/\omega > 1$  напрям сили і переміщення знаходяться в протифазі.

У практичних розрахунках будівельних конструкцій головним випадком є розрахунок на резонанс. Резонансні явища виникають, якщо частота вимушених коливань  $\theta$  від збурюючої сили збігається з частотою власних коливань  $\omega$ . У цьому випадку амплітуди вимушених коливань теоретично необмежено зростають.

При визначенні частот власних коливань важливо приймати до уваги неточність вихідних даних. У той же час результати розрахунку на гармонічні навантаження при резонансі або поблизу нього дуже чутливі до найменших змін характеристик динамічної системи, бо навіть невелика зміна частоти власних коливань може у багато разів підвищити або зменшити амплітуди коливань. Тому при розрахунку на періодичні навантаження треба обов'язково враховувати можливу неточність у визначенні частот власних коливань, а також можливість зміни цих частот при експлуатації будівель та споруд.

Ця неточність враховується введенням частотних зон, межі яких визначають від

$$\omega' = (1 - \varepsilon_0)\omega \quad \text{до} \quad \omega'' = (1 + \varepsilon_0)\omega,$$

де  $\omega'$  називається нижньою межею частотної зони,

$\omega''$  називається верхньою межею частотної зони.

Величина можливої похибки  $\varepsilon_0$  залежить від типу споруди або конструкції і знаходиться в межах 0.15...0.35.

Якщо частота вимушених коливань знаходиться в частотній зоні від  $\omega'$  до  $\omega''$ , частоту власних коливань приймають рівною частоті збурення.

У практиці розрахунків для резонансних і білярезонансних режимів роботи враховують затухання або розсіювання енергії коливань, що пов'язано з особливостями роботи матеріалів і конструкцій.

Під час коливань частина енергії деформацій незворотно поглинається і розсіюється у вигляді тепла внаслідок внутрішнього тертя в матеріалі, тертя в з'єднаннях елементів та ін.

Затухаючі коливання можуть бути визначені за формулою (рис.3,1)

$$y(t) = y_{\max} e^{-\varepsilon t} \sin \omega t, \quad (3.2)$$

де  $\varepsilon$  – коефіцієнт затухання

$$\varepsilon = \gamma \omega / 2; \quad (3.3)$$

$\gamma$  – коефіцієнт внутрішнього тертя (або коефіцієнт непружного опору).

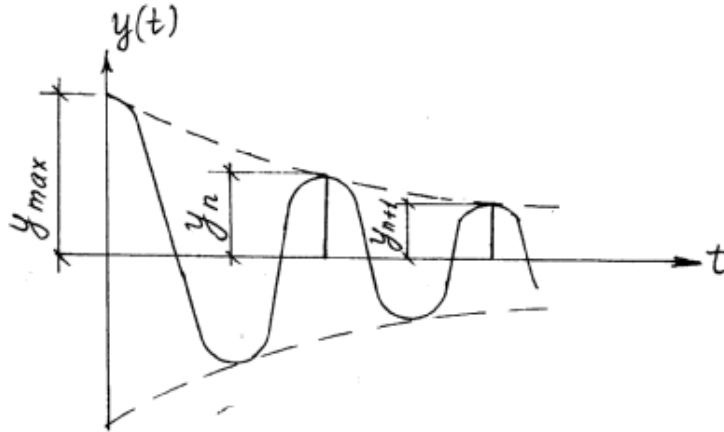


Рис. 3.1 – Графік затухаючих коливань

Згідно із сучасною теорією Є.С.Сорокіна коефіцієнт внутрішнього тертя визначають за формулою

$$\gamma / (1 - 0.25 \gamma^2) = \eta, \quad (3.4)$$

де  $\eta$  – коефіцієнт втрат, що дорівнює

$$\eta = \delta / \pi; \quad (3.5)$$

$\delta$  – логарифмічний декремент коливань

$$\delta = \ln(y_n / y_{n+1}). \quad (3.6)$$

Таким чином, маючи запис коливань на осцилографі, можна отримати величини  $\delta$  і  $\eta$  для різних матеріалів і конструкцій (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 – Коефіцієнт втрат для основних будівельних конструкцій

Тип конструкції	Коефіцієнт втрат $\eta$	
	при розрахунку на коливання	при розрахунку на міцність і витривалість
Звичайні залізобетонні елементи	0.05	0.1
Попередньо напружені елементи	0.025	0.05
Металеві конструкції	0.01	0.025
Кам'яна кладка	0.04	0.08
Дерев'яні конструкції	0.03	0.05
Багатоповерхові будівлі	0.05	0.1
Металеві башти, вежі	0.025	0.05

При врахуванні згасання коливань коефіцієнт динамічності визначають за формулою

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\theta}{\omega}\right)^2\right]^2 - \gamma^2}} \quad (3.7)$$

**Задача 3.1** (рис. 3.2). На залізобетонному прогоні розташований електричний двигун вагою  $Q = 30$  кН. Число обертів двигуна  $n = 600$  об/хв.  $= 10$  об/с. Прогон виконаний з бетону С16/20 ( $E = 2.7 \cdot 10^7$  кН/м<sup>2</sup>). Треба виконати динамічний розрахунок.

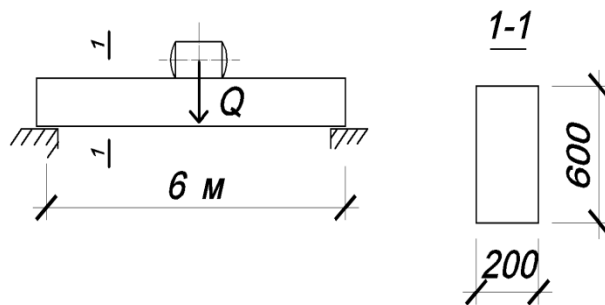


Рис. 3.2 – Вихідні дані

Власна вага прогону  $g_b = 0.2 \cdot 0.6 \cdot 25 = 3$  кН/м;  
момент інерції перерізу прогону  $I = 0.2 \cdot 0.6^3 / 12 = 3.6 \cdot 10^{-3}$  м<sup>4</sup>;  
вага обертової частини електродвигуна

$$Q_1 = 0.4 Q = 0.4 \cdot 30 = 12 \text{ кН.}$$

Кругова частота обертання ротора двигуна (частота збурюючих коливань)

$$\theta = \pi n / 30 = 3.14 \cdot 600 / 30 = 62.8 \text{ 1/с.}$$

Амплітуда переміщення центра мас при обертанні ротора двигуна (за табл.2.1)

$$e = 60 / (20 + n^2) = 60 / (20 + 10^2) = 0.5 \text{ мм} = 0.0005 \text{ м.}$$

Динамічне навантаження за формулою (2.1)

$$R = m e \theta^2 \gamma_f = (12 / 9.81) \cdot 0.0005 \cdot 62.8^2 \cdot 2 = 4.8 \text{ кН.}$$

Статичне переміщення

$$\begin{aligned} y_{cm} &= \frac{5}{384} \cdot \frac{g_b l^4}{EI} + \frac{1}{48} \cdot \frac{Q l^3}{EI} = \\ &= \frac{5}{384} \cdot \frac{3 \cdot 6^4}{2.7 \cdot 10^7 \cdot 3.6 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{48} \cdot \frac{30 \cdot 6^3}{2.7 \cdot 10^7 \cdot 3.6 \cdot 10^{-3}} = 1.91 \cdot 10^{-3} \text{ м.} \end{aligned}$$

Частота власних коливань системи за формулою (2.3)

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{cm}}} = \sqrt{\frac{9.81}{1.91 \cdot 10^{-3}}} = 71.7 \text{ 1/с.}$$



Межі частотної зони (при  $\epsilon_0 = 0.25$ ) – від  $0.75 \cdot 71.7 = 54$  1/с до  $1.25 \cdot 71.7 = 90$  1/с.

У порівнянні з  $\theta = 62.8$  1/с бачимо, що ми знаходимося в резонансній зоні.

Якщо прийняти частоту власних коливань без можливих похибок, то коефіцієнт динамічності без урахування затухання

$$\mu = \frac{1}{1 - \left(\frac{62.8}{71.7}\right)^2} = 4.29.$$

Амплітуда переміщень прогону

$$y = y_{\text{ст}} + y_{\text{дин}} = 1.91 \cdot 10^{-3} + \mu R l^3 / 48 E_b I = 1.91 \cdot 10^{-3} + 4.29 \cdot 4.8 \cdot 6^3 / 48 \cdot 2.7 \cdot 3.6 \cdot 10^4 = 2.863 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

З урахуванням того, що  $\theta$  знаходиться в частотній зоні, при можливості резонансу ( $\omega = \theta$ ) теоретично коефіцієнт  $\mu \rightarrow \infty$ .

При врахуванні затухання коливань, прийнявши для прогону коефіцієнт втрат за табл. 3.1  $\eta = 0.05$ , отримаємо за формулою (3.4)  $\gamma = 0.05$ .

Коефіцієнт динамічності за формулою (3.7) з урахуванням затухання при резонансі ( $\omega = \theta$ )

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{(1 - 1)^2 + 0.05^2}} = 20.$$

Повна амплітуда деформації прогону в умовах резонансу

$$y = y_{\text{ст}} + y_{\text{дин}} = 1.91 \cdot 10^{-3} + 20 \cdot 4.8 \cdot 6^3 / 48 \cdot 2.7 \cdot 3.6 \cdot 10^4 = 6.35 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Для зменшення амплітуди коливань треба змінити геометричні розміри перерізу прогону, що дозволить змінити частоту власних коливань і вийти за межі резонансної зони.

### Запитання для самоперевірки

1. Що таке резонанс? Порівняння частот власних і збурюючих коливань. Коефіцієнт динамічності.
2. Що таке частотна зона? Від чого залежить її величина?
3. Причини затухання коливань. Параметри затухаючих коливань.
4. Коефіцієнт динамічності для затухаючих коливань.

## Розділ 4

### Розрахунок споруд і конструкцій на дію імпульсивних навантажень. Імпульсний резонанс

Імпульсивні навантаження бувають однократної і періодичної дії.

Імпульсивне навантаження однократної дії – це короткочасне навантаження постійного напрямку, що має не більше одного максимуму за час безперервної дії. Навантаження однократної дії характеризується трьома параметрами (рис. 4.1):

- тривалістю дії  $\tau$ ;
- формою імпульсу  $f(t)$ ;
- найбільшою величиною сили  $P_0$ , або імпульсом сили  $S = P_0 \int_0^{\tau} f(t)dt$ .

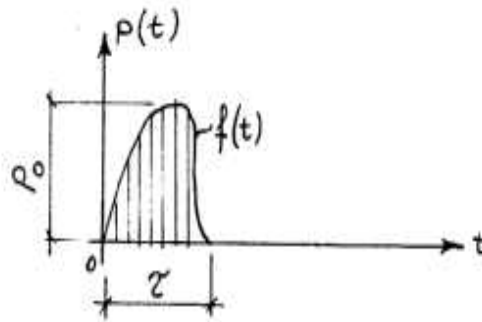


Рис. 4.1 – Параметри однократного імпульсу

Залежно від того, яка з величин –  $P_0$  або  $S$  прийнята за третій параметр, розрахунок ведуть за тією чи іншою методикою.

Тривалість дії експлуатаційних імпульсивних навантажень, що характерні для промислових будівель, має своїм мінімумом величину 0.001 с.

Якщо шляхом розрахунку або експерименту неможливо встановити точну тривалість імпульсу, то її приймають 0.001с.

Періодичні імпульси – це ті, що повторюються через рівні інтервали часу при навантаженні ( $T_0$ ).  $T_0$  називають періодом імпульсів.

Існують два випадки періодичних імпульсів:

- кількість повторень імпульсів  $n$  невелика і коливання конструкцій є неусталеними,
- кількість повторень досить велика і коливання стають усталеними (періодичними).

Для того, щоб коливання були усталеними, треба виконання умови  $n > (2\gamma)^{-1}$ , де  $\gamma$  – коефіцієнт непружного опору за формулою (3.4).

Періодичне імпульсне навантаження характеризується п'ятьма параметрами (рис. 4.2):

- тривалістю дії одного імпульсу  $\tau$  ;
- формою імпульсу  $f(t)$ ;
- максимумом сили  $P_0$  або імпульсом  $S$ ;
- періодом імпульсів  $T_0$ ;
- кількістю імпульсів  $n$ .

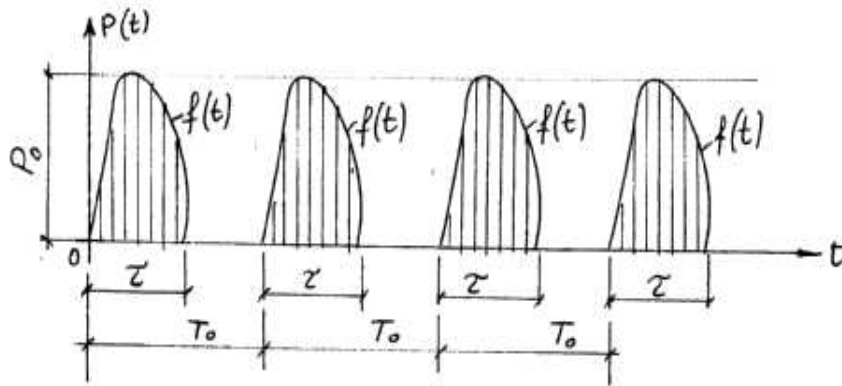


Рис. 4.2 – Параметри періодичного імпульсу

У практиці експлуатації будівельних конструкцій зустрічаються шість форм імпульсів (рис. 4.3):

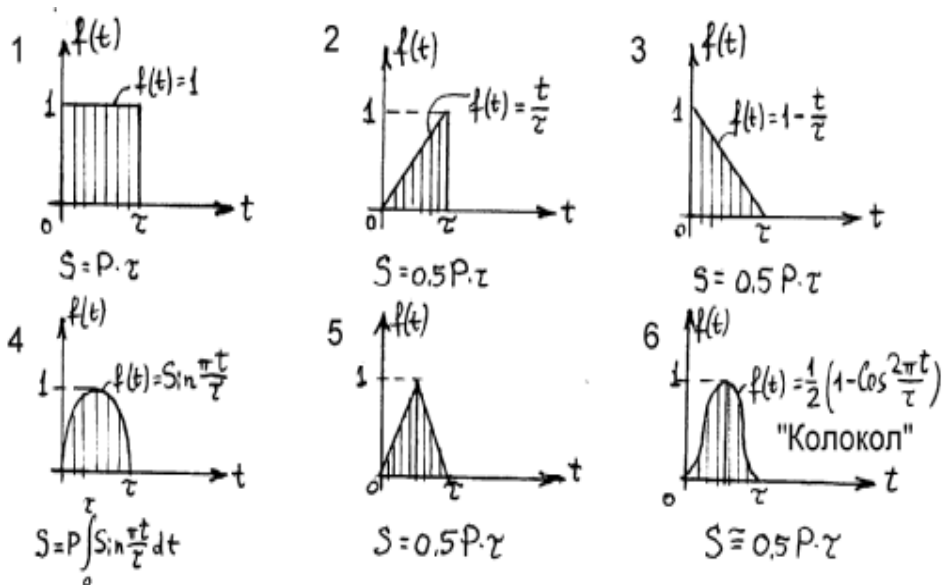


Рис. 4.3 – Форми імпульсів

Для розв'язання динамічної задачі імпульс задається як вихідне дане, або за відсутності даних його можна визначити за формулою

$$S = mv_0(1+k_0), \quad (4.1)$$

де  $m$  – маса ударяючого тіла;

$v_0$  – швидкість ударяючого тіла в началі удару;

$k_0$  – коефіцієнт відновлення при ударі, що залежить від властивостей тіл, що взаємно ударяються (табл. 4.1).

Таблиця 4.1 – Коефіцієнт відновлення  $k_0$

Матеріал, по якому відбувається удар	Ударяюче тіло			
	Тверді метали		Бетон, дерево, мідь, алюміній, пластик	
	Шар	Параллелепипед	Шар	Параллелепипед
Сталь	0.6	0.35	0.4	0.25
Дерево	0.55	0.3	0.4	0.2
Камінь	0.4	0.2	0.3	0.15
Бетон, залізобетон	0.35	0.15	0.25	0.1
Асфальт	0	0	0	0

Імпульс приймають за формою 6.

Завдання розрахунку при однократному імпульсі зводиться до винаходження найбільшого переміщення конструкції  $z_0$  при дії імпульсу і порівнянні його з допустимою амплітудою коливань  $a_0$ .

Величина  $z_0$  може визначатися двома методами:

- методом динамічного коефіцієнта;
- методом коефіцієнта імпульсивності.

За методом динамічного коефіцієнта

$$z_0 = \mu(\tau^*) y_{\text{ст}}, \quad (4.2)$$

де  $y_{\text{ст}}$  – статичне переміщення системи під дією максимуму сили  $P_0$ ;

$\mu(\tau^*)$  – динамічний коефіцієнт, що залежить від форми імпульсу і може бути визначений спеціальними формулами або графіком (рис. 4.4), де  $T$  – період власних коливань конструкції, по якій відбувся удар ( $T = 2\pi/\omega$ );

$\tau^*$  - відносна тривалість імпульсу ( $\tau^* = \tau/T$ ).

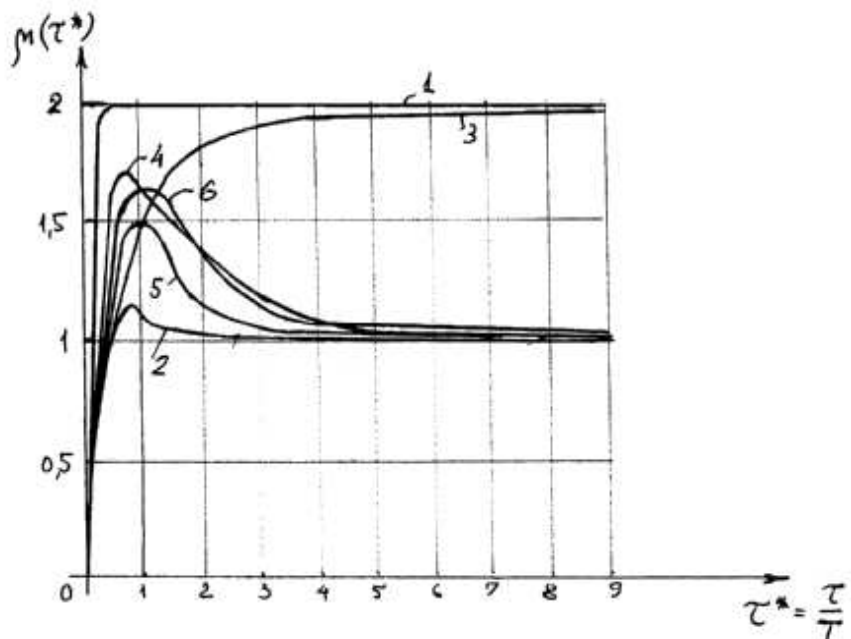


Рис. 4.4 – Динамічний коефіцієнт  $\mu(\tau^*)$  для різних форм імпульсів

За методом коефіцієнта імпульсивності

$$z_0 = \varepsilon(\tau^*)S / m\omega , \quad (4.3)$$

де  $S$  – імпульс сили;

$\omega$  – частота власних коливань системи;

$\varepsilon(\tau^*)$  – коефіцієнт імпульсивності, що залежить від форми імпульсу і визначається за спеціальними формулами або за графіком (рис. 4.5).

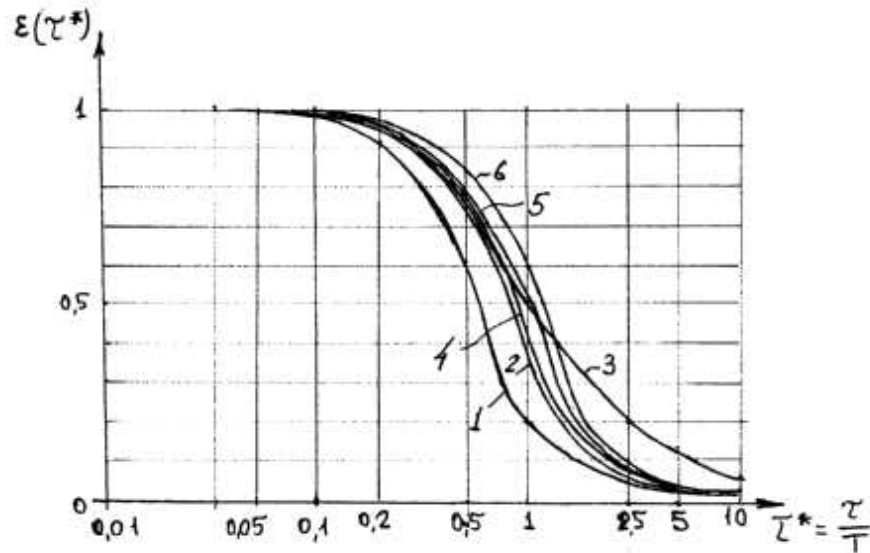


Рис. 4.5 – Коефіцієнт імпульсивності  $\varepsilon(\tau^*)$

При  $\tau/T < 0.1$  коефіцієнт імпульсивності  $\varepsilon(\tau^*) \sim 1$  і

$$z_0 = S / m\omega ; \quad (4.4)$$

при  $\tau/T > 2.5$  розрахунок краще робити за методом динамічного коефіцієнта.

При періодичних імпульсах важливо знати величину переміщення конструкції в будь-який момент часу. Тут велике значення має коефіцієнт внутрішнього тертя як параметр затухання.

Переміщення від першого імпульсу в умовах затухання можна записати у вигляді

$$z(t)_1 = \frac{S_0}{m\omega} * e^{-\frac{\gamma}{2}\omega t} \sin \omega t , \quad (4.5)$$

де  $S_0$  – початковий імпульс, прикладений до нерухомої системи в момент  $t=0$  при  $z_0 = 0$ ;

$m$  – маса ударяючого тіла;

$\omega$  – кругова частота власних затухаючих коливань

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{4}}} , \quad (4.6)$$

$\omega_0$  – кругова частота власних незатухаючих коливань.

У формулі (4.5) приймаємо в запас міцності  $\varepsilon(\tau^*) = 1$ .

Переміщення від другого імпульсу

$$z(t)_2 = \frac{S_0}{m\omega} * e^{-\frac{\gamma}{2}\omega(t-T_0)} \sin\omega(t - T_0), \quad (4.7)$$

переміщення від третього імпульсу

$$z(t)_3 = \frac{S_0}{m\omega} * e^{-\frac{\gamma}{2}\omega(t-2T_0)} \sin\omega(t - 2T_0) \quad (4.8)$$

і т.д.(рис.4.6).

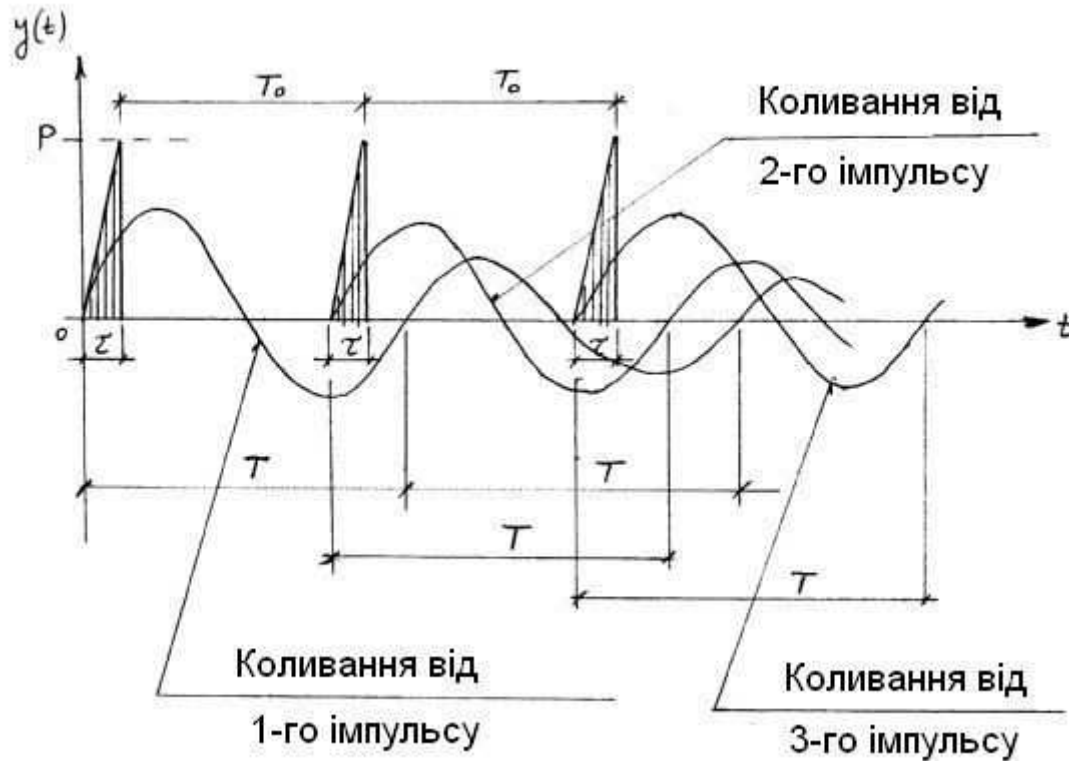


Рис. 4.6 – Коливання системи від періодичного імпульсного навантаження

У загальному випадку для  $n$  імпульсів з періодом  $T_0$  рішення може бути записано як сума при складанні всіх функцій  $\sum z(t)_i$ :

$$z(t)_n = \frac{S_0}{m\omega} * \sum_{k=1}^n e^{-\frac{\gamma}{2}\omega(t-kT_0)} \sin\omega(t - kT_0). \quad (4.9)$$

Якщо величина  $T_0 / T = \theta_k$ , що називається коефіцієнтом кратності – ціле число, то маємо імпульсний резонанс. Ефект резонансу тим сильніший, чим менше число  $\theta_k$ .

Амплітуда коливань при імпульсному резонансі:

- для неусталених коливань

$$z_{\max} = \frac{S_0}{m\omega} * \frac{1 - e^{-\gamma\pi\theta_k(n+1)}}{1 - e^{-\gamma\pi\theta_k}}, \quad (4.10)$$

- для усталених коливань

$$z_{\max} = \frac{S_0}{m\omega} * \frac{1}{1 - e^{-\gamma\pi\theta_k}} . \quad (4.11)$$

Якщо маса ударяючого тіла  $m$  зрівнюється з масою конструкції  $m_0$ , або буде більше неї, то найбільші переміщення  $z_0$ , згинальні моменти  $M_0$  і перерізаючі сили  $V_0$  в небезпечному перерізі можна визначити за формулами

$$z_0 = k_d z_{\text{ст}} ; \quad M_0 = k_d M_{\text{ст}} ; \quad V_0 = k_d V_{\text{ст}} , \quad (4.12)$$

де  $z_{\text{ст}}$ ,  $M_{\text{ст}}$ ,  $V_{\text{ст}}$  – переміщення і зусилля при статичній дії сили  $P = mg$ , що прикладена до конструкції в точці удару в напрямку удару;

$k_d$  – динамічний коефіцієнт, що визначають за формулою

$$k_d = \left( \cos\varphi_0 + \sqrt{\cos^2\varphi_0 + \xi^2} \right) * e^{-\frac{\gamma\pi}{4}} , \quad (4.13)$$

$\varphi_0$  – кут між напрямком удару і вертикаллю,

$$\xi = \varepsilon\omega S / mg ; \quad (4.14)$$

$S$  – ударний імпульс за формулою (4.1) при  $k_0 = 0$ ;

$\omega$  – кругова частота власних коливань конструкції з приєднаною масою ударяючого тіла

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m+m_0}} . \quad (4.15)$$

**Задача 4.1** (рис. 4.7). На технологічному майданчику розташований прес вагою 60 кН. Ударне навантаження  $P_0 = 1000$  кН. Тривалість удару 0.01с. Форма імпульсу – 3. Визначити найбільше переміщення конструкції.

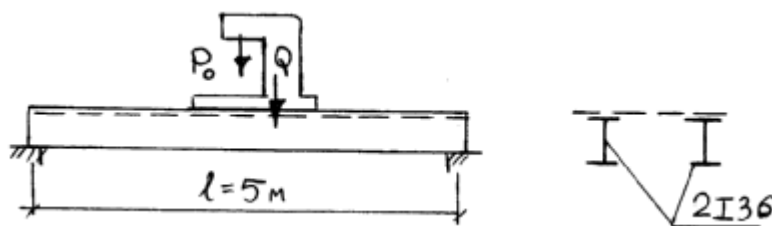


Рис. 4.7 – Вихідні дані

Динамічні й геометричні характеристики конструкції:

$$I = 2*13386 \text{ см}^4 \sim 2.7*10^{-4} \text{ м}^4; \quad E = 2.1*10^8 \text{ кН/м}^2;$$

погонна вага двох балок

$$q = 0.486*2 = 0.972 \text{ кН/м};$$

статичний прогин балок

$$y_{ст} = \frac{5}{384} * \frac{ql^4}{EI} + \frac{Ql^3}{48EI} = \frac{5}{384} * \frac{0.972*5^4}{2.1*2.7*10^4} + \frac{60*5^3}{48*2.1*2.7*10^4} = 0.032 \text{ м.}$$

Частота власних коливань конструкції з пресом

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_{ст}}} = \sqrt{\frac{9.81}{0.032}} = 55.4 \text{ 1/с.}$$

Період власних коливань

$$T = 2\pi/\omega = 6.28/55.4 = 0.11 \text{ с.}$$

Відносна тривалість імпульсу

$$\tau^* = \tau/T = 0.01/0.11 = 0.09.$$

За графіком рис. 4.5  $\varepsilon(\tau^*) \sim 1$ .

Величина імпульсу

$$S = 0.5P_0\tau = 0.5*1000*0.01 = 5 \text{ кНс.}$$

Амплітуда переміщення від удару

$$z_0 = \frac{S}{m\omega} = \frac{Sg}{Q\omega} = \frac{5 * 9.81}{1000 * 55.4} = 0.00089 \text{ м} = 0.89 \text{ мм.}$$

### Запитання для самоперевірки

1. Параметри однократного імпульсу.
2. Параметри періодичних імпульсів.
3. Форми імпульсів.
4. Визначення динамічного переміщення методом динамічного коефіцієнта.
5. Визначення динамічного переміщення методом коефіцієнта імпульсивності.
6. В яких випадках виникає імпульсний резонанс?



## Розділ 5

### Розрахунок фундаментів машин з динамічними навантаженнями

Фундаменти під машини підрозділяють на два типи – масивні і рамні. Масивні виконують у вигляді суцільних блоків або плит з необхідними для розміщення і закріплення частин машин виїмками і відтулинами (рис. 5.1).

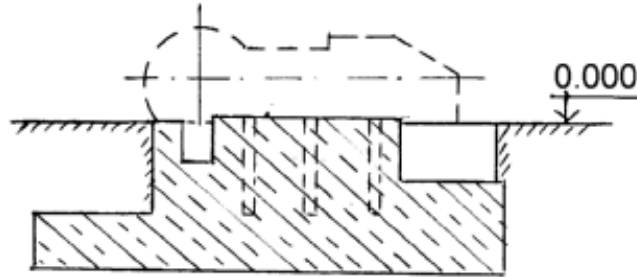


Рис. 5.1 – Масивний фундамент під машину

До масивних фундаментів можна також віднести стінчасті фундаменти, що складаються з нижньої плити, на якій розташована верхня частина у вигляді поздовжніх або поперечних стінок (рис.5.2). Стінчасті фундаменти, як правило, виконують збірними.

Рамний фундамент – це просторова жорстка рама із стояками, що замуровані в нижній опорній плиті, і верхніми поздовжніми або поперечними ригелями, що утворюють площадку для встановлення і обслуговування машин (рис.5.3). Рамні фундаменти виконують монолітними або збірно-монолітними.

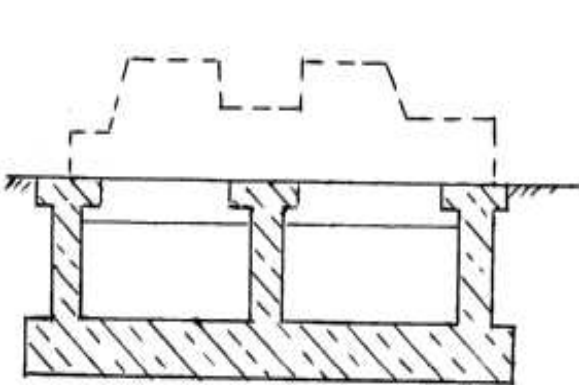


Рис. 5.2 – Стінчастий фундамент



Рис. 5.3 – Рамний фундамент

Конструкція будь-якого фундаменту повинна відповідати таким загальним вимогам:

- міцності, стійкості й витривалості;
- недопущенності осідання і деформацій, що порушують умови нормальної експлуатації машини;
- недопущенності виникання сильних вібрацій, що заважають роботі машини і персоналу, який її обслуговує.

Відповідно до цих вимог в розрахунках фундаментів під машини враховують два граничних стани:

- за несучою здатністю підвалини, міцності й витривалості конструктивних елементів фундаменту;
- за коливаннями фундаменту від дії динамічних навантажень.

Осідання фундаментів під машини в проектній практиці, як правило, не визначають. На міцність і витривалість розраховують тільки окремі елементи фундаменту, що працюють на згин (плити, ригелі).

Розрахунок на коливання в загальному вигляді виконують за формулою

$$a \leq a_u, \quad (5.1)$$

де  $a$  – найбільша амплітуда коливань верхньої грані фундаменту, що визначається розрахунком;

$a_u$  – найбільша допустима амплітуда, що визначається за табл. 5.1.

Таблиця 5.1 – Допустимі амплітуди коливань фундаментів під машини

Тип машини	$a_u$ , мм	
	Горизонтальні коливання	Вертикальні коливання
З обертовими частинами:		
- при $n < 500$ об/хв	0.2	0.15
- при $n = 500 \dots 750$ об/хв	0.2...0.15	0.15...0.1
- при $n = 750 \dots 1000$ об/хв	0.15...0.1	0.1...0.06
- при $n = 1000 \dots 1500$ об/хв	0.1...0.05	0.06
- при $n > 1500$ об/хв	0.05	-
З кривошипними механізмами:		
- при $n < 200$ об/хв.	0.25	
- при $n = 200 \dots 400$ об/хв	0.25...0.15	
- при $n = 400 \dots 600$ об/хв	0.15...0.1	
- при $n > 600$ об/хв.	0.1	
Молоти	1.2	
Дробарки	0.3	
Преси	0.25	
Формувальні машини	0.5	
Млини	0.1	
Металорізальні верстати	По класу точності обробки деталей	

Динамічний розрахунок масивного фундаменту виконують при таких припущеннях:

- фундамент разом з машиною, що знаходиться на ньому, приймають абсолютно жорстким тілом;
- підвалину фундаменту приймають абсолютно пружною і невагомою.

При проектуванні масивних фундаментів припускають, що одна з головних осей інерції фундаменту вертикальна і проходить крізь центр ваги площі підшви, а дві інші – паралельні головним осям цієї площі (рис. 5.4).

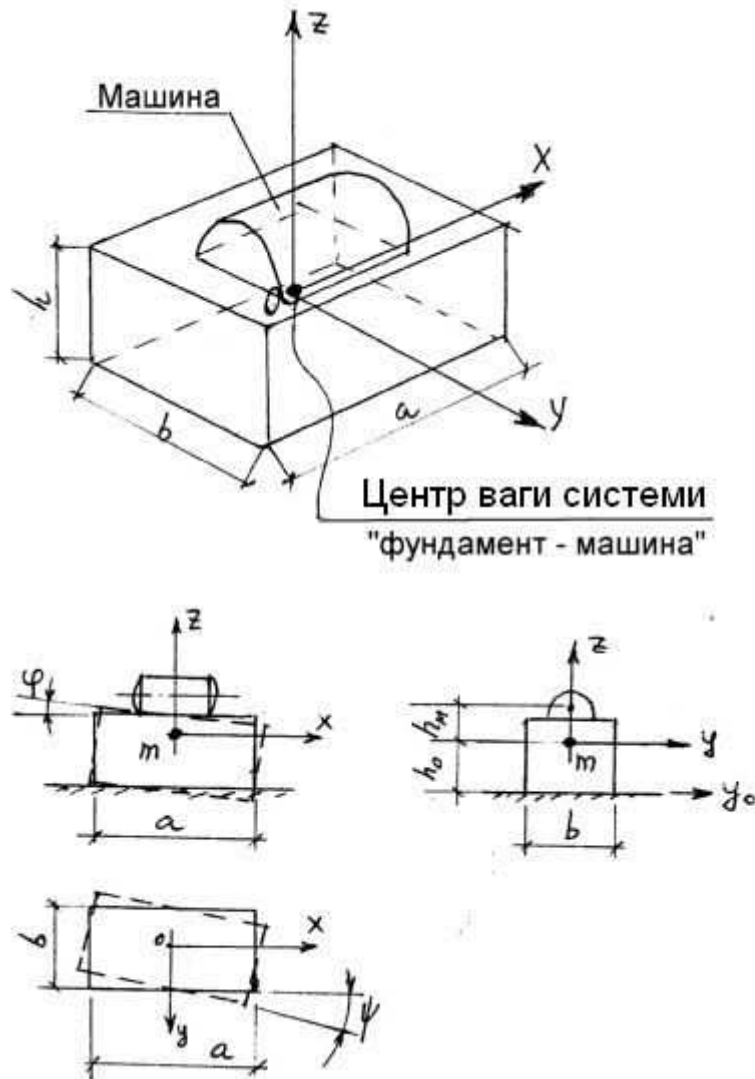


Рис. 5.4 – До визначення параметрів коливань масивного фундаменту

У реальних фундаментах ці умови часто не виконуються, але в практичних розрахунках впливом того чи інших відхилень в положенні головних осей від означеного нехтують.

У загальному випадку розрахунку фундаменту визначають:

$\omega_z$  – частоту власних вертикальних коливань фундаменту разом з машиною;

$\omega_x$  – частоту власних горизонтальних коливань у площині XOZ;

$\omega_\phi$  – частоту власних обертових коливань навколо горизонтальної осі OY;

$\omega_\psi$  – частоту власних обертових коливань навколо вертикальної осі OZ;

$\omega_1, \omega_2$  – першу і другу частоти власних коливань у площині XOZ;

$a_z, a_x, a_\phi, a_\psi$  – амплітуди коливань, що відповідають означеним вище частотам.

Частоту власних вертикальних коливань визначають як для одномасової системи за формулою

$$\omega_z = \sqrt{\frac{K_z}{m}}, \quad (5.2)$$

де  $K_z$  – одинична жорсткість, що визначається за формулою

$$K_z = C_z A_\phi; \quad (5.3)$$

$A_\phi = a \cdot b$  – площа підшви фундаменту;

$m$  – маса фундаменту разом з машиною;

$C_x$  – коефіцієнт пружного рівномірного тиску ґрунту, що визначається експериментально; залежить від розмірів підшви фундаменту і типу ґрунту.

Теоретично  $C_z$  можна визначити за формулою

$$C_z = b_0 E_0 \left( 1 + \sqrt{\frac{A_{10}}{A_\phi}} \right), \quad (5.4)$$

де коефіцієнт  $b_0$  приймають:

- $b_0=1$  – для піщаного ґрунту;
- $b_0=1.2$  – для суглинку і супесі;
- $b_0=1.5$  – для глини;
- $E_0$  – модуль деформації ґрунту;
- $A_{10} = 10 \text{ м}^2$ .

Для знаходження частот обертових та горизонтальних коливань спочатку визначають такі пружні характеристики підвалини:

- коефіцієнт пружного рівномірного зсуву  $C_x$ ;
- коефіцієнт пружного нерівномірного тиску  $C_\phi$ ;
- коефіцієнт пружного нерівномірного зсуву  $C_\psi$ ,

а також відповідні їм одиничні жорсткості (коефіцієнти жорсткості):

$$K_x = C_x A_\phi; \quad K_\phi = C_\phi I_\phi; \quad K_\psi = C_\psi I_p, \quad (5.5)$$

де для практичних розрахунків приймають

$$C_x = 0.7 C_z; \quad C_\phi = 2 C_z; \quad C_\psi = C_z; \quad (5.6)$$

$I_\phi$  – момент інерції площі підшви фундаменту відносно горизонтальної осі, що паралельна осі OY ( $I_\phi = ba^3/12$ );

$I_p$  – полярний момент інерції площі підшви фундаменту  $I_p = ab^3/12 + ba^3/12$ .

**Частоти власних коливань** масивного фундаменту без урахування демпфуючих властивостей підвалини (затухання коливань в ґрунті) визначають за формулами

$$\omega_x = \sqrt{\frac{K_x}{m}}, \quad (5.7)$$

$$\omega_\varphi = \sqrt{\frac{K_\varphi - Gh_0}{I_0}}, \quad (5.8)$$

$$\omega_\psi = \sqrt{\frac{K_\psi}{I_z}}, \quad (5.9)$$

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{2\gamma} \left[ \omega_x^2 + \omega_\varphi^2 \mp \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_\varphi^2)^2 - 4\gamma\omega_x^2\omega_\varphi^2} \right]}, \quad (5.10)$$

де  $G$  – вага системи «фундамент + машина» ( $G = mg$ );

$\gamma = I / I_0$ ;

$I$  – момент інерції маси системи «фундамент + машина» відносно осі  $OY$ , що проходить через центр ваги системи;

$I_0$  – момент інерції маси системи «фундамент + машина» відносно осі  $OY_1$ , що проходить по підшві фундаменту;

$I_z$  – момент інерції маси системи відносно осі  $OZ$ .

**Амплітуди коливань** системи «фундамент + машина» визначають тільки від дії динамічного навантаження для горизонтальної площини верхньої грані фундаменту.

При дії вертикальної сили  $P_z = P_0 \sin \theta t$  амплітуда вертикальних коливань

$$a_z = \frac{P_0}{K_z} * \frac{1}{1 - (\theta^2 / \omega^2)} = \mu \frac{P_0}{K_z}. \quad (5.11)$$

При дії горизонтальної сили  $P_x = P_0 \sin \theta t$  амплітуди горизонтальних і обертових коливань в площині  $XOZ$

$$a_x = \frac{P_0}{K_x} * \frac{1 + (1 - \gamma) \frac{h_0 + h_M}{h_M} * \frac{\omega_x^2}{\omega_\varphi^2} - \gamma \frac{\theta^2}{\omega_\varphi^2}}{\Delta}, \quad (5.12)$$

$$a_\varphi = \frac{P_0}{K_\varphi} * (h_0 + h_M) * \frac{1 - \frac{h\theta^2}{(h_0 + h_M)\omega_x^2}}{\Delta}, \quad (5.13)$$

$$\text{де} \quad \Delta = \frac{1}{\omega_x^2 \omega_\varphi^2} [\gamma \theta^4 - (\omega_x^2 + \omega_\varphi^2) \theta^2 + \omega_x^2 \omega_\varphi^2] . \quad (5.14)$$

Амплітуди горизонтальних і обертових коливань також можна визначити за приблизними формулами

$$a_x = \left( \frac{1}{K_x} + \frac{h_0 + h_M}{K_\varphi} \right) \mu P_0 , \quad (5.15)$$

$$a_\varphi = \frac{h_0 + h_M}{K_\varphi} \mu P_0 . \quad (5.16)$$

Рамні фундаменти під машини отримують все більше розповсюдження. На них розташовують такі машини, як турбоагрегати, компресори, млини, електричні машини низької частоти.

Для розрахунку таких фундаментів приймають такі прості припущення:

- верхня горизонтальна рама фундаменту, що складається з ригелів поперечних рам і поздовжніх балок, і нижня опорна плита розглядаються як жорсткі тіла;
- маса нижньої плити не враховується;
- центр ваги маси верхньої рами, центр жорсткості поперечних рам і центр ваги площі підшви нижньої плити розташовані на одній вертикалі.

Амплітуду горизонтальних коливань верхньої грані фундаменту визначають за формулою

$$a = a_x + a_\psi e_{\max} . \quad (5.17)$$

де  $a_x$  – амплітуда горизонтальних коливань центра ваги верхньої рами;

$a_\psi$  – амплітуда кута повороту верхньої рами відносно вертикальної осі OZ;

$e_{\max}$  – відстань від центральної вертикальної осі OZ системи до найбільш віддаленого від неї підшипника машини.

Величини  $a_x$  і  $a_\psi$  знаходять за спеціальними формулами, що рекомендовані нормами.

Досить часто зустрічаються випадки групової розстановки машин на одному або на різних близько розташованих фундаментах.

Якщо на одному фундаменті розташовані дві однотипні машини, то амплітуду коливань фундаменту визначають як суму двох амплітуд коливань від кожної машини.

При кількості машин більше двох на одному фундаменті амплітуда коливань

$$a = k \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2}, \quad (5.18)$$

де  $k = 1.5$  для машин періодичної дії,  
 $k = 0.7$  для машин імпульсної дії.

Якщо на одному фундаменті розташовані різнотипні машини, то амплітуду коливань фундаменту визначають як суму амплітуд коливань від кожної машини, але найбільша допустима величина амплітуди приймається з коефіцієнтом 1.3.

Якщо машини встановлені на різні близько розташовані фундаменти, то для машин імпульсної дії кінематичне збудження (вплив однієї машини на другу) не враховують.

Для машин періодичної дії в цьому випадку допустима амплітуда приймається з коефіцієнтом 1.3, а амплітуда коливань фундаменту при кінематичному збудженні від рядом розташованого фундаменту визначається за формулою

$$a_s = a_0 \left\{ \frac{1}{\delta [1 + (\delta^2 - 1)^2]} + \frac{\delta^2 - 1}{(\delta^2 - 1) \sqrt{3\delta}} \right\}, \quad (5.19)$$

де  $a_0$  – амплітуда коливань фундаменту від дії розташованої на ньому машини (амплітуда коливань фундаменту-джерела),

$$\delta = r / r_0,$$

$$r_0 = \sqrt{\frac{A_\Phi}{\pi}},$$

$r$  – відстань фундаменту-приймача коливань від фундаменту-джерела коливань.

Сумарна амплітуда коливань від дії двох машин

$$a = a_0 + a_s.$$

### ***Принципи конструювання фундаментів під машини***

Заглиблення фундаменту приймають мінімальним. Воно визначається умовами розміщення і закріплення машини, а також характером ґрунту.

Заглиблення фундаменту практично не впливає на динамічні параметри.

Розмір підосви визначають розрахунком підвалини на міцність і за коливаннями, але не менше необхідних за умовами розміщення машини.

Армування залізобетонних масивних фундаментів виконують в основному конструктивною арматурою. При місцевій дії навантаження (в

зоні розташування анкерних болтів, місць ударів тощо) арматуру приймають за розрахунком.

Конструктивну арматуру (діаметром не менше  $\varnothing 10$ , кроком  $s_w \leq 200$  мм) розташовують по контуру (з урахуванням зміни перерізів, вирізів тощо) у вигляді арматурних сіток.

При проектуванні рамних фундаментів рекомендують приймати верхню горизонтальну раму (плиту) якнайбільш можливої маси.

Ригелі поперечних рам повинні мати якнайбільшу можливу жорсткість на згин у вертикальній площині.

Стояки рам не повинні мати великі запаси міцності в порівнянні з розрахунковими.

Розміри нижньої плити слід приймати мінімальними в плані, наскільки це відповідає умовам розміщення рам і розрахунку міцності підвалини. Товщину нижньої плити визначають вимогами розрахунку її міцності. Для зменшення її ваги рекомендують виконувати нижню плиту ребристою. Висота ребра повинна бути не менше розміру перерізу стояка рами і не менше 0.8 м.

**Задача 5.1** (рис. 5.5). Виконати динамічний розрахунок масивного фундаменту. Розміри фундаменту показані на рис.5.5. Вага машини  $Q = 300$  кН, число обертів валу машини  $n = 400$  об/хв. Підвалина – суглинок з модулем деформації  $E = 10000$  кН/м<sup>2</sup>.

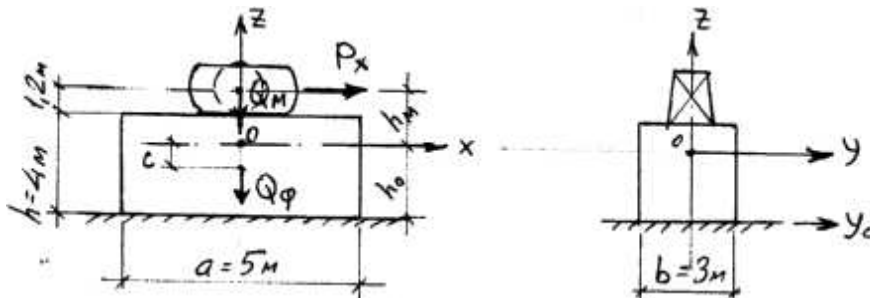


Рис. 5.5 – Вихідні дані для розрахунку

Вага фундаменту (при  $\rho = 20$  кН/м<sup>3</sup>)

$$Q_{\phi} = 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 20 = 1200 \text{ кН},$$

повна вага системи «фундамент + машина»

$$Q = 1200 + 300 = 1500 \text{ кН}.$$

Положення центру ваги системи

$$h_0 = (1200 \cdot 2 + 300 \cdot 5.2) / 1500 = 2.65 \text{ м},$$

$$h_m = 5.2 - 2.65 = 2.55 \text{ м}.$$



Момент інерції маси відносно осі ОУ:

$$I = (Q_M h_M^2 + Q_\Phi c^2) / g = (300 * 2.55^2 + 1200 * 0.65^2) / 9.81 = 250.5 \text{ кН.м.с}^2.$$

Момент інерції маси системи відносно осі Y<sub>0</sub>:

$$I_0 = I + Q h_0^2 / g = 250.5 + 1500 * 2.65^2 / 9.81 = 1288 \text{ кН.м.с}^2.$$

$$I / I_0 = \gamma = 250.5 / 1288 = 0.194.$$

$I_z = 0$  (ось ОZ проходить через центр ваги).

Геометричні моменти інерції:

$$I_\Phi = b a^3 / 12 = 3 * 5^3 = 31.25 \text{ м}^4 ;$$

$$I_p = ab(a^2 + b^2) / 12 = 5 * 3(5^2 + 3^2) / 12 = 42.5 \text{ м}^4 .$$

Коефіцієнти пружного тиску і зсуву:

$$C_z = b_0 E \left( 1 + \sqrt{\frac{A_{10}}{A_\Phi}} \right) = 1.2 * 10000 \left( 1 + \sqrt{\frac{10}{15}} \right) = 21800 \text{ кН/м}^3 ,$$

$$C_x = 0.7 C_z = 0.7 * 21800 = 15260 \text{ кН/м}^3 ,$$

$$C_\Psi = C_z = 21800 \text{ кН/м}^3 ,$$

$$C_\Phi = 2 C_z = 43600 \text{ кН/м}^3 .$$

Коефіцієнти жорсткості підвалини:

$$K_z = C_z A_\Phi = 21800 * 15 = 327000 \text{ кН/м},$$

$$K_x = C_x A_\Phi = 15260 * 15 = 228900 \text{ кН/м},$$

$$K_\Phi = C_\Phi I_\Phi = 43600 * 31.25 = 1362500 \text{ кНм},$$

$$K_\Psi = C_\Psi I_p = 21800 * 42.5 = 926500 \text{ кНм}.$$

Частоти власних коливань:

$$\omega_z = \sqrt{\frac{K_z g}{Q}} = \sqrt{\frac{327000 * 9.81}{1500}} = 47 \text{ 1/с} ,$$

$$\omega_x = \sqrt{\frac{K_x g}{Q}} = \sqrt{\frac{228900 * 9.81}{1500}} = 39.3 \text{ 1/с} ,$$

$$\omega_\Phi = \sqrt{\frac{K_\Phi - Q h_0}{I_0}} = \sqrt{\frac{1362500 - 1500 * 2.65}{1288}} = 32.5 \text{ 1/с}$$

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{\frac{1}{2\gamma} \left[ \omega_x^2 + \omega_\Phi^2 - \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_\Phi^2)^2 - 4\gamma \omega_x^2 \omega_\Phi^2} \right]} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2 * 0.194} \left[ 39.3^2 + 32.5^2 - \sqrt{(39.3^2 + 32.5^2)^2 - 4 * 0.194 * 39.3^2 * 32.5^2} \right]} = \\ &= 25.7 \text{ 1/с} , \end{aligned}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{I}{2 \cdot 0.194} \left[ 39.3^2 + 32.5^2 + \sqrt{(39.3^2 + 32.5^2)^2 - 4 \cdot 0.194 \cdot 39.3^2 \cdot 32.5^2} \right]} = 112.9 \text{ 1/с.}$$

Частота збурюючих коливань

$$\theta = \pi n / 30 = 3.14 \cdot 400 / 30 = 41.9 \text{ 1/с.}$$

Коефіцієнт динамічності

$$\mu = \frac{1}{1 - \frac{\theta^2}{\omega_1^2}} = \frac{I}{I - \frac{41.9^2}{25.7^2}} = -0.6.$$

Динамічне навантаження

$$P_x = m_1 e \theta^2 \gamma_f, \text{ де}$$

$$m_1 = 0.4 Q_M / g = 0.4 \cdot 300 / 9.81 = 12.23 \text{ кН.с}^2/\text{м},$$

$$e = \frac{60}{20 + n^2} = \frac{60}{20 + \left(\frac{400}{60}\right)^2} = 0.93 \text{ мм} = 0.00093 \text{ м},$$

$$P_x = 12.23 \cdot 0.00093 \cdot 41.9^2 \cdot 2 = 40 \text{ кН.}$$

Амплітуди коливань

$$a_x = \left( \frac{1}{K_x} + \frac{h_0 + h_m}{K_\varphi} \right) \mu P_x = \left( \frac{1}{228900} + \frac{2.55 + 2.65}{1362500} 4 \right) 0.6 \cdot 40 = 4.7 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0.47 \text{ мм};$$

$$a_\varphi = \frac{h_0 + h_m}{K_\varphi} \mu P_x = \frac{2.65 + 2.55}{1362500} 0.6 \cdot 40 = 0.91 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

Переміщення краю фундаменту за вертикаллю

$$z = a a_\varphi / 2 = 5 \cdot 0.91 \cdot 10^{-4} / 2 = 0.00023 \text{ м} = 0.23 \text{ мм.}$$

Для низькочастотних машин ( $n < 500$  об/хв) допустима амплітуда горизонтальних коливань  $a_u = 0.2$  мм, вертикальних коливань – 0.15 мм, тому амплітуда коливань проектуемого фундаменту недопустима. Треба змінити розміри фундаменту (збільшити довжину, зменшити висоту, змінити масу) або прийняти стінчасту конструкцію фундаменту.

### Запитання для самоперевірки

1. Типи фундаментів під машини. Вимоги щодо конструкції фундаменту.
2. Частоти і амплітуди, що визначаються при динамічному розрахунку фундаменту під машину.
3. Які характеристики підвалини впливають на динамічні параметри коливань фундаменту?
4. Головні принципи конструювання фундаментів під машини.

**Коливання систем з кількома ступенями свободи.  
Частоти і форми власних коливань. Вимушені коливання,  
визначення амплітуд коливань**

Прикладами систем з  $n$  ступенями свободи можуть бути конструкції або споруди, в яких маси окремих їх частин умовно приймають зосередженими в  $n$  точках, або якщо конструкція несе  $n$  значних мас, в порівнянні з якими можна нехтувати власною вагою цієї конструкції (рис.2.3, 2.4, 2.5).

Форма власних коливань системи визначається умовними координатами  $X_1, X_2, \dots, X_n$  (для кожної форми своїми  $X_i$ ).

Рівняння відносно невідомих координат  $X_i$  в розгорнутому вигляді можна записати як

$$\left. \begin{aligned} & (m_1 \cdot \delta_{11} \cdot \omega_1^2 - 1) \cdot x_1 + m_2 \cdot \delta_{12} \cdot \omega_1^2 \cdot x_2 + \dots + m_n \cdot \delta_{1n} \cdot \omega_1^2 \cdot x_n = 0; \\ & m_1 \cdot \delta_{21} \cdot \omega_1^2 \cdot x_1 + (m_2 \cdot \delta_{22} \cdot \omega_1^2 - 1) \cdot x_2 + \dots + m_n \cdot \delta_{2n} \cdot \omega_1^2 \cdot x_n = 0; \\ & \dots\dots\dots \\ & m_1 \cdot \delta_{n1} \cdot \omega_1^2 \cdot x_1 + m_2 \cdot \delta_{n2} \cdot \omega_1^2 \cdot x_2 + \dots + (m_n \cdot \delta_{nn} \cdot \omega_1^2 - 1) \cdot x_n = 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

З цієї системи рівнянь для кожної з  $n$  частот визначають шукані координати  $X_j$ .

Для того, щоб рішення системи (6.1) не було нульовим, потрібно, щоб детермінант цієї системи дорівнював нулю:

$$D = \begin{vmatrix} m_1 \delta_{11} \omega_i^2 - 1 & m_2 \delta_{12} \omega_i^2 & \dots & m_n \delta_{1n} \omega_i^2 \\ m_1 \delta_{21} \omega_i^2 & m_2 \delta_{22} \omega_i^2 - 1 & \dots & m_n \delta_{2n} \omega_i^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_n \delta_{n1} \omega_i^2 & m_2 \delta_{n2} \omega_i^2 & \dots & m_n \delta_{nn} \omega_i^2 - 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (6.2)$$

В розгорнутому вигляді (6.2) – це рівняння  $n$ -го ступеню для визначення  $\omega_i$ , що називають частотним, або віковим рівнянням. Корні цього рівняння – це  $n$  частот власних коливань системи ( $\omega_1, \omega_2 \dots \omega_n$ ), де  $\omega_1 < \omega_2 < \dots \omega_n$ .

Для визначення форм власних коливань треба послідовно підставляти кожну частоту в систему (6.1).

Абсолютні величини координат  $X_i$  можуть бути визначені тільки з точністю до деякого коефіцієнта  $N$ , бо система (6.1) – однорідна. Тому для визначення форми коливань як деякого характеру кривої деформацій припускають, що  $X_1 = 1$ , а всі інші значення  $X_2, X_3 \dots X_n$  визначають відносно  $X_1$ .

У загальному вигляді координати форм коливань мають подвійний індекс:  $X_{ik}$ , де  $i$  – номер форми коливань,  $k$  – номер маси.

У рівняннях (6.1) і (6.2):

$\delta_{ik}$  – одиничне переміщення, де індекс  $i$  означає номер маси, для якої шукають переміщення;  $k$  – номер маси, до якої прикладена одинична сила (рис.6.1).

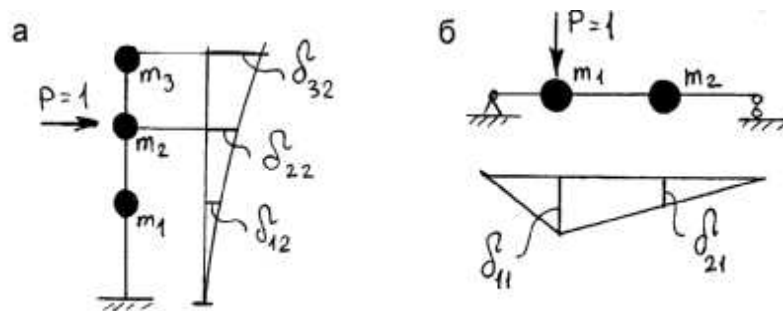


Рис. 6.1 – До визначення одиничних переміщень

Величини одиничних переміщень залежать від характеристик жорсткості споруди.

У тому випадку, коли окремі маси  $m_i$  можуть мати не тільки лінійні переміщення, а ще й обертальні (або тільки обертальні), то  $i$ -тою координатою буде кут обертання, а в детермінанті (6.2) масу  $m_i$  треба замінити на момент інерції маси  $I_i$ . При цьому можливі переміщення за напрямком  $i$ -тої координати ( $\delta_{i1}, \delta_{i2} \dots$ ) будуть кутовими переміщеннями.

Якщо яка-небудь маса може коливатись по кількох напрямках ( $i$  і  $k$ ), то така маса має бути записана в детермінанті (6.2) декілька разів під номерами  $m_i, m_k$  і їй відповідатимуть декілька можливих переміщень ( $\delta_{ii}, \delta_{kk}, \delta_{ik}$ ).

Якщо до кожної маси прикласти збурюючі сили, що змінюються з часом за гармонічним законом  $P_i \sin \theta t$ , і ці сили можуть бути різними для

різних мас, а частоти і фази – однакові, то при тривалій дії таких сил коливання стають ustalеними з частотою збурюючих сил  $\theta$ .

У цьому випадку амплітуди переміщень в напрямку кожної сили дорівнюють

$$a_i = - D_i / D ,$$

де  $D$  – частотне рівняння типу (6.2), де частота власних коливань  $\omega_i$  замінена на частоту вимушених коливань  $\theta$ , а детермінант  $D \neq 0$ , бо частота відома;

$D_i$  – детермінант, складений для кожної з сил збурення:

$$D_i = \begin{vmatrix} m_1\delta_{11}\theta^2 - 1 & m_2\delta_{12}\theta^2 & \dots & \sum_{i=1}^n P_i\delta_{1i} & \dots & m_n\delta_{1n}\theta^2 \\ m_2\delta_{21}\theta^2 & m_2\delta_{22}\theta^2 - 1 & \dots & \sum_{i=1}^n P_i\delta_{2i} & \dots & m_n\delta_{2n}\theta^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_1\delta_{i1}\theta^2 & m_2\delta_{i2}\theta^2 & \dots & \sum_{i=1}^n P_i\delta_{ii} & \dots & m_n\delta_{in}\theta^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_n\delta_{n1}\theta^2 & m_2\delta_{n2}\theta^2 & \dots & \sum_{i=1}^n P_i\delta_{ni} & \dots & m_n\delta_{nn}\theta^2 - 1 \end{vmatrix} \quad (6.3)$$

Таким чином, в детермінантах  $D_i$  число  $\sum_{i=1}^n P_i\delta_{ni}$  повинно бути вставлене замість тієї маси, до якої прикладена сила збурення.

**Задача 6.1** (рис. 6.2). Скласти детермінанти для визначення амплітуд коливань системи.

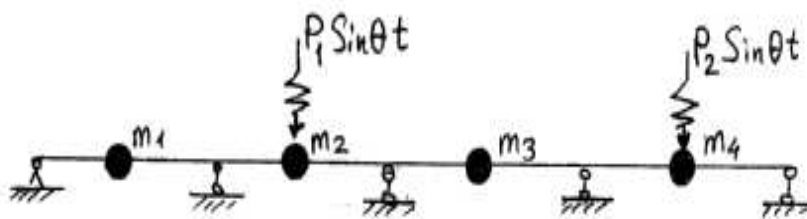


Рис. 6.2 – Розрахункова динамічна схема

Частотні рівняння:

$$D = \begin{vmatrix} m_1\delta_{11}\theta^2 - 1 & m_2\delta_{12}\theta^2 & m_3\delta_{13}\theta^2 & m_4\delta_{14}\theta^2 \\ m_1\delta_{21}\theta^2 & m_2\delta_{22}\theta^2 - 1 & m_3\delta_{23}\theta^2 & m_4\delta_{24}\theta^2 \\ m_1\delta_{31}\theta^2 & m_2\delta_{32}\theta^2 & m_3\delta_{33}\theta^2 - 1 & m_4\delta_{34}\theta^2 \\ m_1\delta_{41}\theta^2 & m_2\delta_{42}\theta^2 & m_3\delta_{43}\theta^2 & m_4\delta_{44}\theta^2 - 1 \end{vmatrix};$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} m_1\delta_{11}\theta^2 - 1 & (P_1\delta_{12} + P_2\delta_{14}) & m_3\delta_{13}\theta^2 & m_4\delta_{14}\theta^2 \\ m_1\delta_{21}\theta^2 & (P_1\delta_{22} + P_2\delta_{24}) & m_3\delta_{23}\theta^2 & m_4\delta_{24}\theta^2 \\ m_1\delta_{31}\theta^2 & (P_1\delta_{32} + P_2\delta_{34}) & m_3\delta_{33}\theta^2 - 1 & m_4\delta_{34}\theta^2 \\ m_1\delta_{41}\theta^2 & (P_1\delta_{42} + P_2\delta_{44}) & m_3\delta_{43}\theta^2 & m_4\delta_{44}\theta^2 - 1 \end{vmatrix};$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} m_1\delta_{11}\theta^2 - 1 & m_2\delta_{12}\theta^2 & m_3\delta_{13}\theta^2 & (P_1\delta_{12} + P_2\delta_{14}) \\ m_1\delta_{21}\theta^2 & m_2\delta_{22}\theta^2 - 1 & m_3\delta_{23}\theta^2 & (P_1\delta_{32} + P_2\delta_{24}) \\ m_1\delta_{31}\theta^2 & m_2\delta_{32}\theta^2 & m_3\delta_{33}\theta^2 - 1 & (P_1\delta_{32} + P_2\delta_{34}) \\ m_1\delta_{41}\theta^2 & m_2\delta_{42}\theta^2 & m_3\delta_{43}\theta & (P_1\delta_{42} + P_2\delta_{44}) \end{vmatrix}.$$

Амплітуда коливань маси  $m_2$ :  $A_1 = -D_1/D$ ;

Амплітуда коливань маси  $m_4$ :  $A_2 = -D_2/D$ .

Більш складна задача – це розрахунок руху системи при дії довільного навантаження, що прикладене до різних мас і змінюється з часом за різними законами.

Така задача вирішується так:

- винаходять власні частоти і форми коливань;
- задане навантаження перегруповують між масами, тобто виконують розкладання за формами власних коливань;
- виконують розрахунок для кожної групи навантажень;
- сумують окремі рішення від кожної групи навантажень.

Для вирішення багатьох практичних задач можливі спрощення розрахункових схем за рахунок використання умов симетрії або розтину споруди на прості елементи.

Як ілюстрацію розглянемо таку задачу.

**Задача 6.2** (рис. 6.3). Визначити частоти власних коливань балки з двома рівними зосередженими масами, що розташовані в середині прогонів.  $L = 4$  м, величина навантажень  $Q = 5$  кН; балка – з двотавру 24 ( $I = 3460 \text{ см}^4 = 3.46 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$ );  $E = 2.1 \cdot 10^8$  кН/м<sup>2</sup>.

Власною вагою балки нехтуємо.

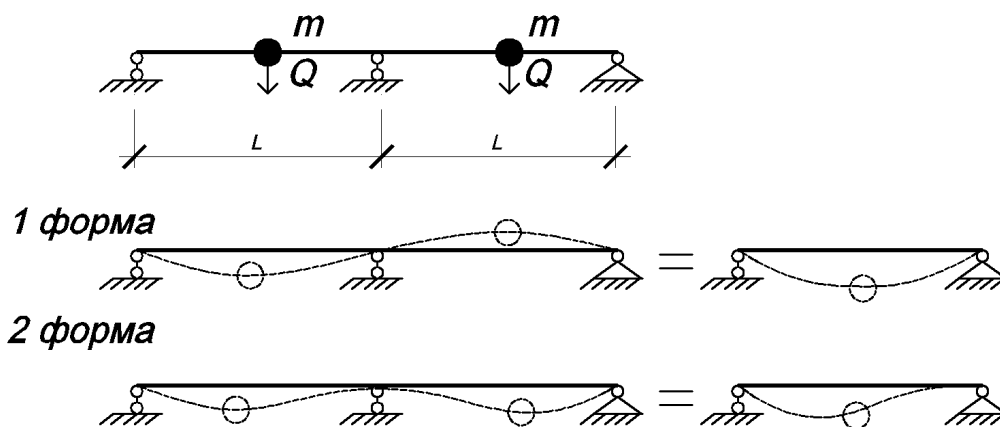


Рис. 6.3 – Розклад руху за формами коливань з використанням симетрії

Розкладемо рух системи на обернено-симетричні й симетричні коливання. Обернено-симетричні дають першу форму коливань, що еквівалентна коливанням однопрогонної шарнірно обпертої балки, для якої

$$y_{\text{ст}} = \frac{Ql^3}{48EI} = \frac{5 \cdot 4^3}{48 \cdot 2.1 \cdot 10^8 \cdot 3.46 \cdot 10^{-5}} = 9.18 \cdot 10^{-4} \text{ м ;}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{9.81}{9.18 \cdot 10^{-4}}} = 103 \text{ 1/с .}$$

Симетричні коливання еквівалентні коливанням однопрогонної балки, в якій один край обпертий жорстко, а другий – шарнірно:

$$y_{\text{ст}} = \frac{7Ql^3}{768EI} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 4^3}{768 \cdot 2.1 \cdot 10^8 \cdot 3.46 \cdot 10^{-5}} = 4.01 \cdot 10^{-4} \text{ м ;}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{9.81}{4.01 \cdot 10^{-4}}} = 156 \text{ 1/с .}$$

### Запитання для самоперевірки

1. З якого рівняння визначають частоти власних коливань системи з  $n$  ступенями свободи?
2. Як визначають форми власних коливань системи з  $n$  ступенями свободи?
3. Як визначають амплітуди вимушених усталених коливань?

## Розділ 7

### Коливання систем з нескінченним числом ступенів свободи. Два способи вирішення задачі

Система з нескінченним числом ступенів свободи (система з розподіленою масою) – це споруда або конструкція, що розглядається як система з безперервно розподіленими за довжиною масами, що розташовані нескінченно близько одна від одної.

Така система краще відображає дійсні умови коливань реальних конструкцій.

Однак, при деякій схематизації явищ, що виникають під час коливань конструкцій з розподіленими масами, вони можуть бути розраховані як системи із скінченним числом ступенів свободи за формулами попереднього розділу.

Власні коливання балок постійного перерізу, що навантажені рівномірно розподіленою величиною  $q = mg$  (рис. 7.1), можуть бути записані (без урахування затухання) так:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (7.1)$$

де  $m = q/g$  – маса на одиницю довжини балки;

$x$  – відстань від початку координат на лівому краю балки до розглядуваного перерізу;

$y(x,t)$  – зміщення центру ваги перерізу балки від положення статичної рівноваги;

$t$  – час.

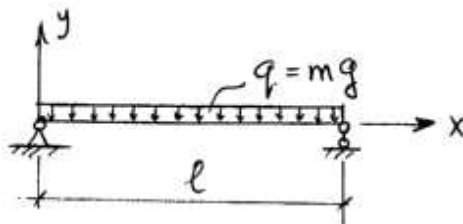


Рис. 7.1 – До визначення власних коливань балки з розподіленою масою

Вирішення рівняння (7.1) може бути подане в формі Фур'є за двома змінними:

$$y(x,t) = y(x) * T(t), \quad (7.2)$$

що приводить до двох звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \frac{m\omega^2}{EI} y = 0, \quad (7.3)$$



$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \omega^2 T = 0 . \quad (7.4)$$

Рішенням рівняння (7.3) є функція

$$y(x) = A \sin \lambda x + D \cos \lambda x + C \operatorname{Sh} \lambda x + D \operatorname{Ch} \lambda x , \quad (7.5)$$

що має назву рівняння форм коливань, а рівняння (7.4) – функція

$$T(t) = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t , \quad (7.6)$$

яку називають рівнянням зміни форми коливань з часом.

У формулах (7.3)...(7.6):

$\omega$  – кругова частота власних коливань;

$\lambda$  – характеристичне число, що дорівнює

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{m \omega^2}{EI}} ; \quad (7.7)$$

$A, B, C, D$  – довільні постійні, що визначаються умовами на кряях балки; ці постійні повинні бути таким чином підібрані, щоб задовольнити межовим умовам по переміщенням і зусиллям на опорах (дод. 2);

$C_1, C_2$  – довільні постійні, що визначаються початковими умовами (швидкістю, відхиленням).

При поперечному згині балки рівняння (7.4) не має практичного значення, і задача вирішується тільки відносно змінної  $y(x)$ .

Якщо підставити межові умови в рівняння (7.5), то отримаємо чотири рівняння відносно постійних  $A, B, C, D$ .

Для ненульового вирішення цих рівнянь треба, щоб детермінант, складений з коефіцієнтів при  $A, B, C, D$ , дорівнював нулю. Цей детермінант є частотним рівнянням. Це рівняння – трансцендентне, і воно дає нескінченне число рішень відносно параметра  $\lambda l$  ( $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ). Параметри  $\lambda_i l$  – це корені частотного рівняння.

Якщо значення  $\lambda_i$  підставити в рівняння (7.5) з вже визначеними  $A, B, C, D$ , то отримаємо для кожного значення  $\lambda_i$  своє рівняння форми коливань, що має назву балочної функції.

Згідно з (7.7) кожному значенню  $\lambda_i$  відповідає своя кругова частота власних коливань  $\omega_i$ , тобто балка з розподіленою масою може коливатись за нескінченною кількістю форм,

Однак, у практиці проектування кількість частот і форм власних коливань, що враховують в розрахунках для достатньої точності рішення, приймають за такими рекомендаціями:

- для однопрогонних балок – 2;
- для багатопогонних балок –  $2k$ , де  $k$  – число прогонів;
- для однопрогонних плит – 4;

- для ферм – 5.

У випадку гармонічних навантажень достатню для практичних розрахунків точність можна отримати, якщо врахувати в розрахунку  $n$  перших форм, де  $n$  – номер найменшої власної частоти, що перевищує частоту вимушених коливань.

В окремому випадку, якщо частота основного тону більше частоти збурення, враховують тільки першу форму власних коливань.

Для однопрогонних балок при традиційних умовах спирання даються готові значення балочних функцій, що відповідають першій, другій та іншим формам власних коливань, а також величини  $\lambda_i l$ , за якими визначають частоти  $\omega_i$  (додаток 3).

Рішення рівняння (7.3) можливе і у вигляді

$$y(x) = AS(x) + BT(x) + CU(x) + DV(x), \quad (7.8)$$

де  $A, B, C, D$  – довільні постійні, що залежать від межових умов на кінцях балки;

$S(x), T(x), U(x), V(x)$  – функції впливу (функції Крилова), що є системою частинних рішень рівняння (7.3):

$$\left. \begin{aligned} S(x) &= \frac{1}{2} \cdot (\text{Ch } \lambda x + \text{Cos } \lambda x) ; \\ T(x) &= \frac{1}{2} \cdot (\text{Sh } \lambda x + \text{Sin } \lambda x) ; \\ U(x) &= \frac{1}{2} \cdot (\text{Ch } \lambda x - \text{Cos } \lambda x) ; \\ V(x) &= \frac{1}{2} \cdot (\text{Sh } \lambda x - \text{Sin } \lambda x) \end{aligned} \right\} \quad (7.9)$$

Числові значення функцій Крилова і дотичних від них наведені в додатку 4.

При дії на балку постійного перерізу зовнішнього навантаження, що змінюється з часом, вимушені коливання при відсутності розсіювання енергії записують у вигляді

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = p(x, t), \quad (7.10)$$

де  $p(x, t)$  – навантаження збурення, що змінюється з часом.

Це навантаження може бути розподіленим типу  $q(x)\text{Sin}(\theta t + \varphi)$  або зосередженим типу  $P\text{Sin}(\theta t + \varphi)$ , що діє в деякому перерізі  $x = a$  (рис. 7.2).

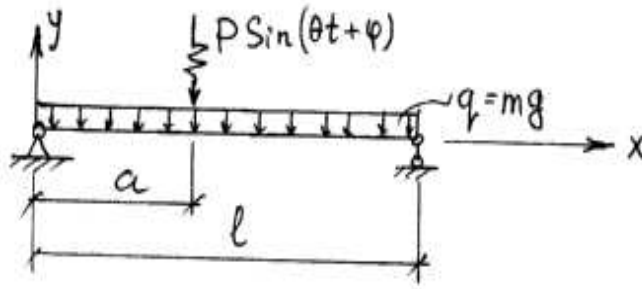


Рис. 7.2 – До визначення амплітуд вимушених коливань балки

Для випадку зосередженої сили амплітуду вимушених коливань (динамічний прогин) можна визначити, використовуючи метод розтину рішення за формами власних коливань балки

$$y(\xi) = \frac{P}{m \cdot e} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{U_i(\xi) \cdot U_i(\xi_0)}{\omega_i^2 \cdot \left(1 - \frac{\theta^2}{\omega_i^2}\right)}, \quad (7.11)$$

де  $P$  – амплітуда гармонічної сили;

$\omega_i$  – частота власних коливань за  $i$  – тою формою;

$\theta$  – частота вимушених коливань;

$\xi$  – відносна координата від лівої опори до перерізу, в якому шукають прогин ( $\xi = x/l$ );  $\xi_0 = a/l$ ;

$U_i$  – нормована балочна функція, що відповідає  $i$  – тій формі коливань.

**Задача 7.1** (рис. 7.3). Виконати динамічний розрахунок балки. Переріз балки – 2 [ 16 ( $I = 1,494 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$ ,  $E = 2.1 \cdot 10^8 \text{ кН/м}^2$ ). Закон зміни навантаження  $P(t) = 50 \sin 40t$ .

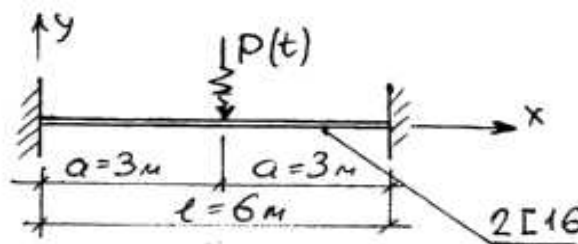


Рис. 7.3 – Вихідні дані

Власна вага балки  $q = 2 \cdot 0.142 = 0.284 \text{ кН*м}$ ;  
розподілена маса  $m = q/g = 0.284/9.81 = 0.029 \text{ кН*с}^2/\text{м}$ ;  
кругова частота вимушених коливань  $\theta = 40 \text{ 1/с}$ .

Межові умови:

$$y(0) = 0; \quad y'(0) = 0; \quad y(l) = 0; \quad y'(l) = 0.$$

Частотне рівняння (додаток 3):

$$\cos \lambda_1 l * \operatorname{Ch} \lambda_1 l - 1 = 0.$$

Балочні функції (форми власних коливань)

$$y_i(x) = \operatorname{Ch} \lambda_i x - \cos \lambda_i x - \sigma_i (\operatorname{Sh} \lambda_i x - \sin \lambda_i x),$$

де величини коефіцієнтів балочних функцій (за додатком 3) дорівнюють

$$\sigma_1 = 0.983, \sigma_2 = 1.001, \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = \dots \sigma_n = 1.$$

Числові значення коренів частотного рівняння (за додатком 3) дорівнюють

$$\lambda_1 l = 4.73, \lambda_2 l = 7.853, \lambda_3 l = 10.996, \lambda_4 l = 14.137, \lambda_5 l = 17.279.$$

Величини параметрів  $\lambda_i$ :

$$\lambda_1 = 4.73/6 = 0.788; \quad \lambda_2 = 7.853/6 = 1.308; \quad \lambda_3 = 10.996/6 = 1.833;$$

$$\lambda_4 = 14.137/6 = 2.357; \quad \lambda_5 = 17.279/6 = 2.88.$$

Частоти власних коливань

$$\omega_i = \lambda_i^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad \text{де} \quad \sqrt{\frac{EI}{m}} = \sqrt{\frac{2.1 \cdot 10^8 \cdot 1.494 \cdot 10^{-5}}{0.029}} = 329 \text{ 1/c};$$

$$\omega_1 = 0.788^2 \cdot 329 = 204 \text{ 1/c}; \quad \omega_2 = 1.308^2 \cdot 329 = 563 \text{ 1/c};$$

$$\omega_3 = 1.833^2 \cdot 329 = 1105 \text{ 1/c}; \quad \omega_4 = 2.357^2 \cdot 329 = 1828 \text{ 1/c};$$

$$\omega_5 = 2.88^2 \cdot 329 = 2729 \text{ 1/c}.$$

Нормовані балочні функції при  $\xi = \xi_0 = x/l = 3/6 = 0.5$ :

- для першої форми коливань ( $\lambda_1 \xi = 0.788 \cdot 0.5 = 0.394$ )

$$U_1 = \operatorname{Ch} \lambda_1 \xi - \cos \lambda_1 \xi - \sigma_1 (\operatorname{Sh} \lambda_1 \xi - \sin \lambda_1 \xi) = \\ = \operatorname{Ch} 0.394 - \cos 0.394 - 0.983 (\operatorname{Sh} 0.394 - \sin 0.394) = 0.137;$$

- для другої форми коливань ( $\lambda_2 \xi = 1.308 \cdot 0.5 = 0.654$ )

$$U_2 = \operatorname{Ch} \lambda_2 \xi - \cos \lambda_2 \xi - \sigma_2 (\operatorname{Sh} \lambda_2 \xi - \sin \lambda_2 \xi) = \\ = \operatorname{Ch} 0.654 - \cos 0.654 - 1.001 (\operatorname{Sh} 0.654 - \sin 0.654) = 0.334;$$

- для третьої форми коливань ( $\lambda_3 \xi = 1.833 \cdot 0.5 = 0.916$ )

$$U_3 = 0.584;$$

- для четвертої форми коливань

$$U_4 = 0.851;$$

- для п'ятої форми коливань

$$U_5 = 1.1.$$

Амплітуда коливань (найбільший динамічний прогин)

$$y_{\max \left( x = \frac{l}{2} \right)} = \frac{P}{m \cdot l} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{U_i^2}{\omega_i^2 \left( 1 - \frac{\theta^2}{\omega_i^2} \right)} =$$

$$= \frac{50}{0.029 \cdot 6} \cdot \left[ \frac{0.137^2}{204^2 \left(1 - \frac{40^2}{204^2}\right)} + \frac{0.334^2}{563^2 \left(1 - \frac{40^2}{563^2}\right)} + \frac{0.584^2}{1105^2 \left(1 - \frac{40^2}{1105^2}\right)} + \right. \\ \left. + \frac{0.851^2}{1828^2 \left(1 - \frac{40^2}{1828^2}\right)} + \frac{1.1^2}{2729^2 \left(1 - \frac{40^2}{2729^2}\right)} \right] = \\ = 287 \cdot (4.69 \cdot 10^{-7} + 3.56 \cdot 10^{-7} + 2.79 \cdot 10^{-7} + 2.17 \cdot 10^{-7} + 1.62 \cdot 10^{-7}) = 0.000426 \text{ м} = 0.426 \text{ мм}.$$

З цього результату бачимо, що збіжність ряду дуже погана, і для точного вирішення треба приймати значно більшу кількість членів ряду, ніж 5.

Якщо врахувати, що частота першого тону коливань значно більша частоти збурення ( $\omega_1 = 204 \text{ 1/с} > \theta = 40 \text{ 1/с}$ ), то згідно з рекомендаціями, можна було б прийняти тільки перший член ряду, тоді амплітуда коливань дорівнювала б всього  $y_{\max} = 0.135 \text{ мм}$ .

**Задача 7.2** (рис. 7.4). Балка, що розглянута в задачі 7.1, шарнірно закріплена на опорах. Визначити амплітуду прогину.

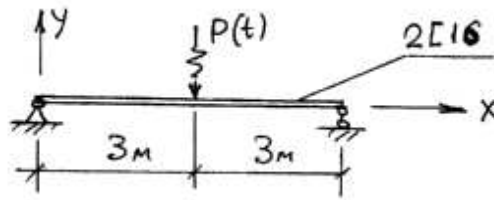


Рис. 7.4 – Вихідні дані

Межові умови:

$$y(0) = 0; \quad y''(0) = 0; \quad y(l) = 0; \quad y''(l) = 0.$$

Частотне рівняння:  $\sin \lambda_1 l = 0$ .

Балочні функції

$$y_i(x) = \sin i\pi x/l.$$

Корені частотного рівняння

$$\lambda_1 l = 3.142, \quad \lambda_2 l = 6.283, \quad \lambda_3 l = 9.425, \quad \lambda_4 l = 12.566, \quad \lambda_5 l = 15.708;$$

величини параметру  $\lambda_i$ :

$$\lambda_1 = 0.523, \quad \lambda_2 = 1.047, \quad \lambda_3 = 1.57, \quad \lambda_4 = 2.09, \quad \lambda_5 = 2.62.$$

Частоти власних коливань

$$\omega_1 = 0.523^2 \cdot 329 = 90.5 \text{ 1/с}; \quad \omega_2 = 1.047^2 \cdot 329 = 360 \text{ 1/с};$$

$$\omega_3 = 1.57^2 \cdot 329 = 810 \text{ 1/с}; \quad \omega_4 = 2.09^2 \cdot 329 = 1437 \text{ 1/с};$$

$$\omega_5 = 2.62^2 \cdot 329 = 2258 \text{ 1/c}.$$

Нормовані балочні функції при  $\xi = \xi_0 = 0.5$ :

$$U_1 = \sin \lambda_1 \xi = \sin 0.2615 = 0.258,$$

$$U_2 = 0.5,$$

$$U_3 = 0.707,$$

$$U_4 = 0.866,$$

$$U_5 = 0.966.$$

Амплітуда коливань

$$y_{\max(x=3)} = \frac{P}{m \cdot l} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{U_i^2}{\omega_i^2 \left(1 - \frac{\theta^2}{\omega_i^2}\right)} =$$

$$= \frac{50}{0.029 \cdot 6} \cdot \left[ \frac{0.258^2}{90.5^2 \left(1 - \frac{40^2}{90.5^2}\right)} + \frac{0.5^2}{360^2 \left(1 - \frac{40^2}{360^2}\right)} + \frac{0.707^2}{810^2 \left(1 - \frac{40^2}{810^2}\right)} + \right.$$

$$\left. + \frac{0.866^2}{1437^2 \left(1 - \frac{40^2}{1437^2}\right)} + \frac{0.966^2}{2258^2 \left(1 - \frac{40^2}{2258^2}\right)} \right] =$$

$$= 287 \cdot 10^{-6} \cdot (10.1 + 1.95 + 0.76 + 0.36 + 0.18) = 0.00383 \text{ м} = 3.83 \text{ мм}.$$

Для балки, що закріплена шарнірно, збіжність результату добра, тому без великої похибки можна прийняти тільки перший член ряду. При цьому  $y = 2.9 \text{ мм}$ .

### Запитання для самоперевірки

1. Наведіть рівняння форм коливань системи з розподіленою масою.
2. За якими умовами визначають довільні постійні рівнянь форм коливань?
3. Яку кількість частот і форм коливань враховують в практичних розрахунках?
4. Принцип вирішення задачі у функціях Крилова.

## Розділ 8

### Віброізоляція будівельних конструкцій. Конструктивні особливості. Основи розрахунку віброізоляції

Віброізоляція – це спосіб зменшення коливань системи, що базується на значному ослабленні її зв'язків з іншими системами.

Віброізоляція буває:

- силовою (активною), якщо ізолюється основа від джерела вібрації;
- кінематичною (пасивною), якщо ізолюється об'єкт (машина) від вібрації основи.

Конструктивно віброізоляція може здійснюватися за різними схемами (рис. 8.1).

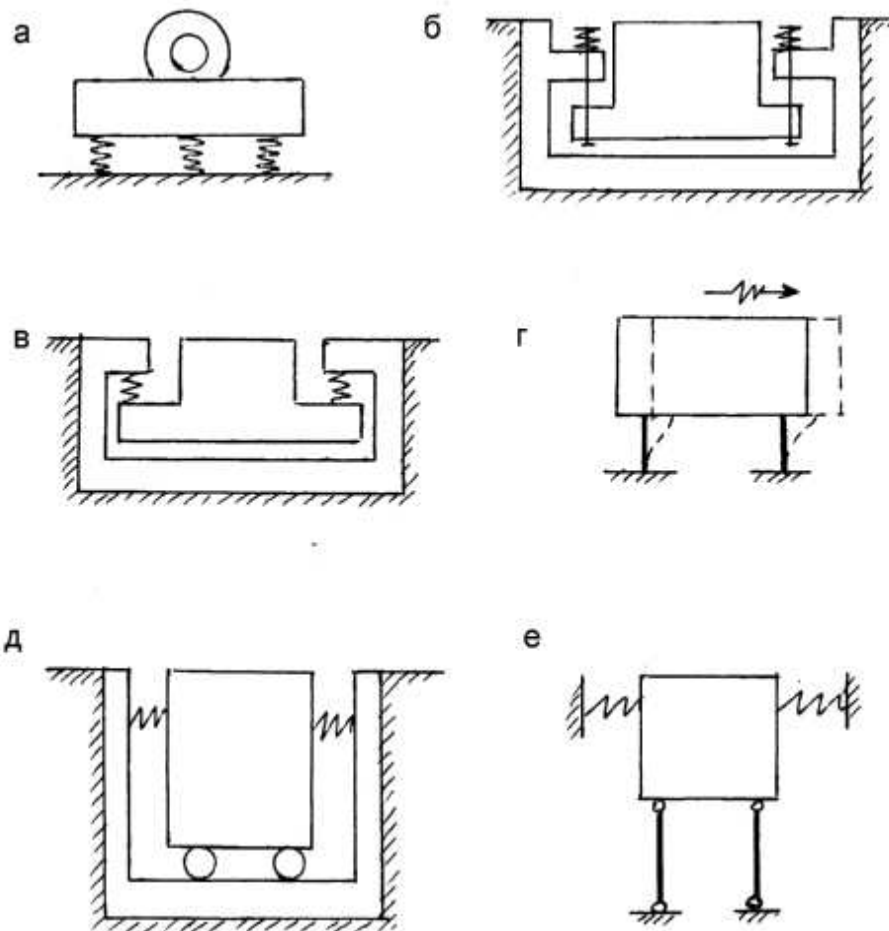


Рис. 8.1 – Схеми віброізоляції

а – опорний варіант; б – підвісний варіант; в – варіант з розтягнутими пружинами; г – варіант із згинальними стрижнями; д – варіант з катками; е – схема астатичного маятника

Ефективність віброізоляції визначають коефіцієнтом передачі (коефіцієнтом віброізоляції)  $\mu$ .

При силовій віброізоляції

$$\mu = \frac{P_{\max}^{\text{осн}}}{P_{\max}^{\text{маш}}}, \quad (8.1)$$

де  $P_{\max}^{\text{осн}}$  – амплітуда сили, що передається на основу через віброізолятори;  
 $P_{\max}^{\text{маш}}$  – амплітуда сили збудження.

При кінематичній віброізоляції

$$\mu = \frac{y_{\max}^{\text{маш}}}{y_{\max}^{\text{осн}}}, \quad (8.2)$$

де  $y_{\max}^{\text{маш}}$  – амплітуда переміщення віброізолюваної машини;  
 $y_{\max}^{\text{осн}}$  – амплітуда переміщення основи (системи).

Для обох випадків коефіцієнт  $\mu$  визначають за формулою

$$\mu = 1 / (\alpha^2 - 1), \quad (8.3)$$

де  $\alpha = \theta / \omega$ ;

$\theta$  – частота вимушених коливань від джерела збудження;

$\omega$  – частота власних коливань віброізолюваного об'єкта.

Величина коефіцієнта віброізоляції  $\mu$  залежить від жорсткості віброізоляторів.

Віброізолятори можуть бути:

- пружинними,
- гумовими,
- ресорного типу,
- комбінованими(пружинно-гумовими),
- демпферами в'язкого тертя.

Для більшості будівельних конструкцій використовують пружинні й гумові віброізолятори або їх комбінацію.

Найчастіше вирішують задачу віброізоляції таких конструкцій, як фундаменти, перекриття або покриття будівель від машин ударного типу (штампи, преси) або від вентиляторів, центрифуг, електродвигунів.

Пружинні віброізолятори найчастіше виготовляють із сталейних витих пружин. У паспортних даних звичайно вказують жорсткість пружини в поздовжньому напрямку  $k_z$ . При відсутності паспортних даних жорсткість пружини в поздовжньому напрямку визначають формулою

$$k_z = \frac{Gd}{8c^3i}, \quad (8.4)$$

де  $G$  – модуль зсуву, що дорівнює  $7.85 \cdot 10^4$  МПа,

$d$  – діаметр прутка, см,

$c = D/d$ ,



$D$  – діаметр пружини по середній лінії,

$i$  – кількість робочих витків пружини.

У практиці рекомендовано приймати  $D = (4 \dots 10)d$ .

Повна кількість витків пружини

$$i_1 = i + i_2,$$

де  $i_2$  – кількість «мертвих» витків, яку приймають

$$i_2 = 1.5 \text{ при } i \leq 7 \quad i_2 = 2.5 \text{ при } i > 7.$$

Жорсткість пружини в поперечному напрямку  $k_x = k_y$  визначають за графіком (рис. 8.2) залежно від жорсткості  $k_z$  і величини осідання пружини під навантаженням.

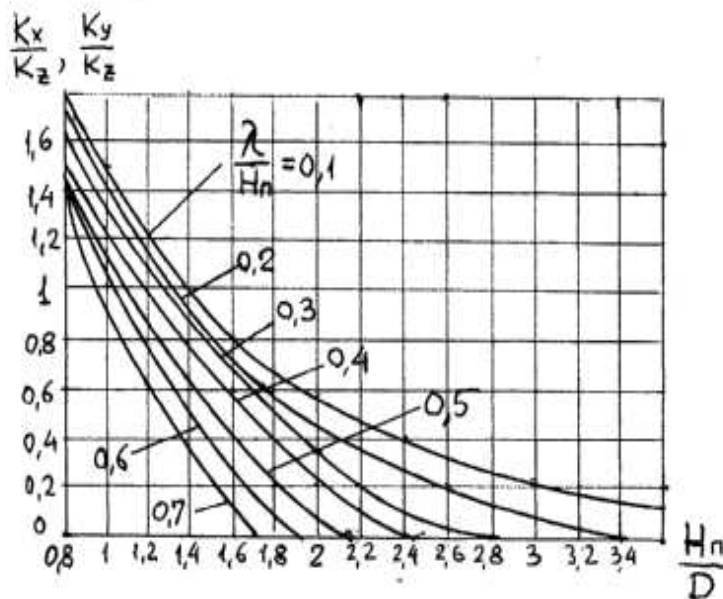


Рис. 8.2 – Графік для визначення поперечної жорсткості пружини:

$H_p$  – висота пружини під навантаженням  $P_{ст}$ ;

$\lambda$  – статичний прогин під навантаженням;

$k_z$  – вертикальна жорсткість пружини

Гумові віброізолятори використовують в тих випадках, коли необхідно збільшити затухання власних коливань або зменшити амплітуди резонансних коливань в перехідних режимах (під час пуску або зупинки машини).

Поздовжнє навантаження викликає великі поперечні деформації гумового віброізолятора (коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0.5$ ). Цим деформаціям перешкоджають сили тертя на опорних поверхнях, і, як результат цього, модуль пружності на стиск збільшується в порівнянні з модулем пружності на розтяг. Тому в розрахунку приймають деякий умовний модуль пружності  $E'$ , що для елементів з більш-менш порівнюваними розмірами за висотою і поперечним перерізом дорівнює п'ятикратній величині модуля зсуву  $G$ .

Крім цього, жорсткість гумових віброізоляторів різна при статичному і динамічному навантаженнях, тому в розрахунку приймають динамічний модуль  $E_d$ . У свою чергу, модулі залежать від твердості гуму, що визначається за ГОСТ (за Шором А) спеціальним твердоміром. Цю твердість вказують у паспорті гуми. Основні характеристики розповсюджених марок гуми наведені в табл. 8.1.

Таблиця 8.1 – Основні характеристики гуми

Марка гуми	Динамічний модуль пружності $E_d$ , МПа	Статичний модуль пружності $E_{ст}$ , МПа	Коефіцієнт внутрішнього тертя, $\gamma$
3311	2.5	1.6	0.038
2959	6.3	3.0	0.14
112А	6.0	4.4	0.16
1992	10.0	3.7	0.19
2462	17.0	5.2	0.31
2566	3.8	2.4	0.11
7 – 120с	11.2	6.6	0.08
135	12.5	3.7	0.22
ИРП - 1347	5.4	3.3	0.09
199	19.6	4.0	0.208
122	20.6	7.3	0.21
3826	23.6	4.6	0.30
2542Н	31.4	5.65	0.32

Жорсткість гумового віброізолятора при поздовжньому стиску визначають за формулою

$$k_z = \frac{AE_d}{H - a/8}, \quad (8.5)$$

де  $A$  – площа поперечного перерізу віброізолятора,  $\text{см}^2$ ;

$E_d$  – динамічний модуль пружності гуми на стиск (рис. 8.3);

$H$  – висота віброізолятора,  $\text{см}$ ;

$a$  – поперечний розмір віброізолятора (діаметр або сторона квадрату),  $\text{см}$ .

При цьому повинна виконуватись умова

$$H / a \leq 1.1. \quad (8.6)$$

Жорсткість віброізолятора в поперечному напрямку визначають за формулою

$$k_x = k_y = AG / H. \quad (8.7)$$

При комбінованій віброізоляції загальна жорсткість

$$\sum k_z = \sum k_{z \text{ пруж.}} + \sum k_{z \text{ гум.}}$$

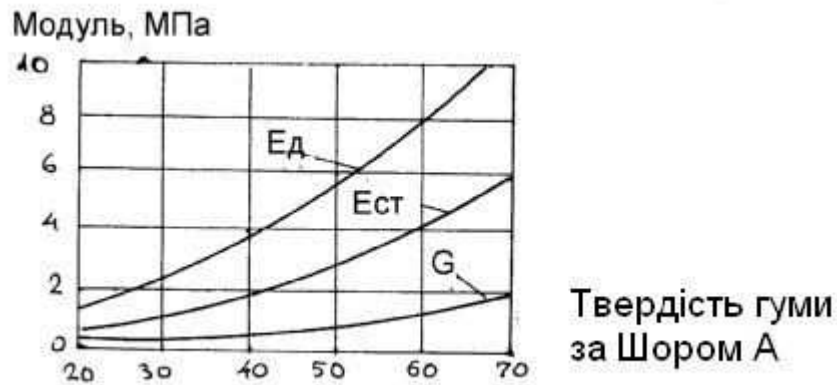


Рис. 8.3 – Залежність модулів пружності гуму при стиску від числа твердості

Метою розрахунку віброізоляції є:

- визначення частот і форм власних коливань віброізольованого об'єкта,
- вибір типу, кількості та способу розташування віброізоляторів, що задовольняють заданому коефіцієнту передачі  $\mu$ .

У практиці розрахунків приймають, що віброізольований об'єкт – абсолютно тверде тіло, а коливання – гармонічні.

Пружні властивості віброізоляторів характеризуються коефіцієнтами жорсткості за трьома осями симетрії  $k_z$ ,  $k_x$ ,  $k_y$  і кутовими жорсткостями  $k_{\varphi z}$ ,  $k_{\varphi x}$ ,  $k_{\varphi y}$ . Таким чином, віброізольований об'єкт має шість ступенів свободи, тому можливі шість форм власних коливань зі своїми частотами.

Вважають, що умовами невходження віброізольованого об'єкта в резонансні зони є:

- для вертикальних коливань

$$\alpha_z = \theta_z / \omega_z \geq 4, \quad (8.8)$$

- для решти коливань

$$\alpha_i = \theta_i / \omega_i \geq 2.5. \quad (8.9)$$

При даній частоті збудження  $\theta_z$  за умови (8.8) визначають загальну вертикальну жорсткість віброізоляції:

$$\sum k_z = m\omega_z^2. \quad (8.10)$$

За цією жорсткістю визначають кількість і тип віброізоляторів, приймають варіант їх попереднього розташування і перевіряють решту умов (8.9).

Приймаючи той чи інший варіант розташування віброізоляторів, слід домагатися збігу в одній точці центру ваги об'єкта і центру жорсткості системи, або принаймні розташування їх на одній вертикалі.

**Задача 8.1** (рис. 8.4). Розрахувати активну пружинну віброізоляцію під електродвигун. Вага електродвигуна  $Q_g = 2$  кН, швидкість обертання ротора  $n = 1400$  об/хв. Відцентрова сила  $P = 1$  кН.

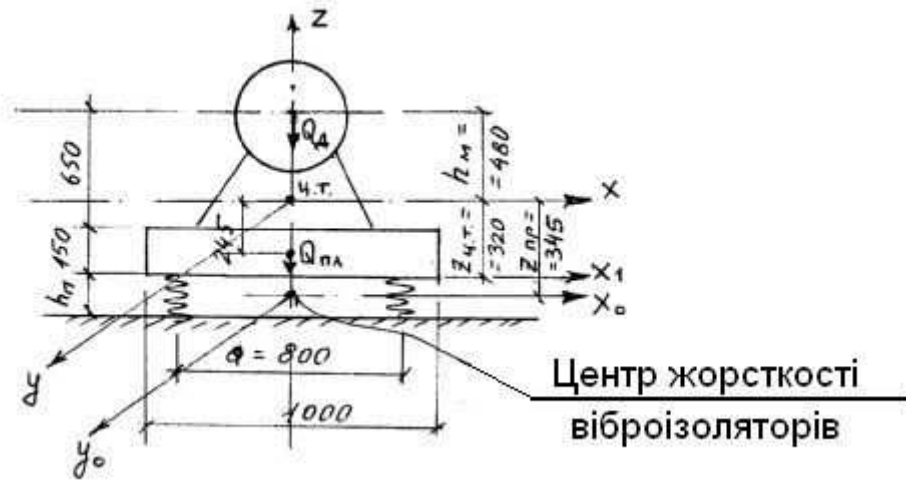


Рис. 8.4 – Дані для розрахунку

Вага залізобетонної плити

$$Q_{пл} = 1 * 1 * 0.15 * 25 = 3.75 \text{ кН.}$$

Загальна вага всієї установки

$$Q = Q_{пл} + Q_g = 3.75 + 2 = 5.75 \text{ кН.}$$

Положення центру ваги установки відносно осі  $X_1$ :

$$Z_{ц.т.} = (3.75 * 0.075 + 2 * 0.8) / 5.75 = 0.32 \text{ м; } h_m = 0.8 - 0.32 = 0.48 \text{ м.}$$

Маса всієї установки

$$m = Q/g = 5.75 / 9.81 = 0.59 \text{ кН*с}^2/\text{м};$$

момент інерції маси установки відносно центральної осі  $Y$ :

$$I = (2 * 0.48^2 + 3.75 * 0.245^2) / 9.81 = 0.07 \text{ кН*м*с}^2.$$

Кругова частота вимушених коливань

$$\theta = \pi n / 30 = 3.14 * 1400 / 30 = 147 \text{ 1/с.}$$

Амплітуда збурюючої сили  $P_z = P_x = 1$  кН (за вихідними даними).

За умови  $\alpha_z = \theta / \omega_z \geq 4$  визначаємо

$$\omega_z \leq \theta / 4 = 147 / 4 = 37 \text{ 1/с.}$$

Приймаємо частоту вертикальних коливань віброізованого об'єкта (основи)  $\omega_z = 35 \text{ 1/с.}$

$$\alpha_z = \theta / \omega_z = 147/35 = 4.2.$$

коефіцієнт передачі (коефіцієнт віброізоляції) за (8.3)

$$\mu = 1 / (\alpha_z^2 - 1) = 1 / (4.2^2 - 1) = 0.06.$$

Таким чином, на основу буде передане зусилля, що дорівнюватиме 6 % від зусилля збурення.

Необхідна жорсткість віброізоляторів

$$\sum k_z = m\omega_z^2 = 0.59 \cdot 35^2 = 723 \text{ кН/м.}$$

Приймаємо 4 пружини; жорсткість однієї пружини  $k_z = 723/4 = 181 \text{ кН/м.}$

Пружину виготовляємо з прутку  $d = 1 \text{ см.}$

Середній діаметр пружини приймаємо  $D = 6d = 6 \text{ см;}$  при цьому  $c = D/d = 6; c^3 = 216.$

Розрахункова (робоча) кількість витків пружини

$$i = Gd / 8c^3 k_z = 7.85 \cdot 10^7 \cdot 0.01 / 8 \cdot 216 \cdot 181 = 2.5 \text{ витка.}$$

Повна кількість витків пружини

$$i_1 = I + i_2 = 2.5 + 1.5 = 4.$$

Осідання пружини під повним навантаженням

$$\lambda = (Q + P_z) / \sum k_z = (5.75 + 1) / 723 = 0.0093 \text{ м} = 0.93 \text{ см.}$$

Висота максимально стиснутої пружини

$$H = (i_1 - 0.5)d = (4 - 0.5) \cdot 1 = 3.5 \text{ см;}$$

висота пружини без навантаження

$$H_0 = H + i(h - d),$$

де  $h$  – крок витків, який звичайно приймають  $h = D/4 \dots D/2 = 1.5 \dots 3 \text{ см.}$

Приймаємо  $h = 2 \text{ см.}$  Тоді  $H_0 = 3.5 + 2.5(2 - 1) = 6 \text{ см.}$

Висота пружини під навантаженням

$$H_{\pi} = H_0 - \lambda = 6 - 0.93 = 5.07 \text{ см.}$$

$$H_{\pi} / D = 5.07 / 6 = 0.845, \quad \lambda / H_{\pi} = 0.93 / 5.07 = 0.183.$$

За графіком (рис. 8.2) визначаємо жорсткість пружини уздовж осі X:

$$k_x = 1.6k_z = 1.6 \cdot 181 = 290 \text{ кН/м.}$$

частота коливань

$$\omega_x = \sqrt{\frac{\sum k_x}{m}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 290}{0.59}} = 44.3 \text{ 1/с},$$

$$\alpha_x = \theta / \omega_x = 147 / 44.3 = 3.32 > 2.5.$$

Приймаємо симетричне розташування пружин з відстанню між ними  $a = 0.8 \text{ м.}$

Центр жорсткості пружин буде на висоті

$$z_{\text{пр}} = z_{\text{ц.т.}} + H_{\pi} / 2 = 0.32 + 0.0507/2 = 0.345 \text{ м.}$$

Кутова жорсткість пружин

$$k_{\phi} = \sum k_x \cdot z_{\text{пр}}^2 + \sum k_z (a/2)^2 = 4 \cdot 290 \cdot 0.345^2 + 723 \cdot 0.4^2 = 254 \text{ кНм.}$$

Момент інерції маси установки відносно осі  $Y_0$ :

$$I_0 = I + Qz_{\text{пр}}^2 / g = 0.07 + 5.75 \cdot 0.345^2 / 9.81 = 0.14 \text{ кН*м*с}^2.$$

$$\gamma = I / I_0 = 0.07 / 0.14 = 0.5.$$

Частота кутових коливань

$$\omega_{\varphi} = \sqrt{\frac{k_{\varphi} - Qz_{np}}{I_0}} = \sqrt{\frac{254 - 5.75 * 0.345}{0.14}} = 42.4 \text{ 1/c},$$

$$\alpha_{\varphi} = \theta / \omega_{\varphi} = 147 / 42.4 = 3.47 > 2.5.$$

Перша частота згинально-обертаючих коливань

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{\frac{1}{2\gamma} \left[ \omega_x^2 + \omega_{\varphi}^2 - \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_{\varphi}^2)^2 - 4\gamma\omega_x^2\omega_{\varphi}^2} \right]} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2*0.5} \left[ 44.3^2 + 42.4^2 - \sqrt{(44.3^2 + 42.4^2)^2 - 4 * 0.5 * 44.3^2 * 42.4^2} \right]} = \\ &33.1 \text{ 1/c}. \end{aligned}$$

$$\alpha_1 = \theta / \omega_1 = 147 / 33.1 = 4.43 > 2.5.$$

Всі вимоги віброізоляції виконуються.

### Запитання для самоперевірки

1. Призначення і типи віброізоляції.
2. Способи віброізоляції.
3. Типи віброізоляторів.
4. Порядок розрахунку віброізоляції та рекомендації до розташування віброізоляторів.

## Розділ 9

### Проектування будівель у сейсмічних районах. Визначення сейсмічних сил. Практичний розрахунок будівель і споруд. Конструктивні заходи із сейсμοзахисту

Для оцінки сили землетрусу використовують такі поняття, як магнітуда і інтенсивність.

Магнітуда – це характеристика, що визначає величину енергії  $E$ , що виділяється в гіпоцентрі (осередку землетрусу).

Існує експериментальна залежність

$$\lg E = aM + b, \quad (9.1)$$

де  $E$  – енергія розрядки при землетрусі;

$M$  – магнітуда;

$a = 1.5$ ;  $b = 12$  – емпіричні коефіцієнти.

Магнітуда дає характеристику того чи іншого землетрусу в його осередку - гіпоцентрі (табл. 9.1).

Таблиця 9.1 – Шкала Ріхтера – Гутенберга

Характеристика землетрусу	Магнітуда, бали	Імовірне повторення за рік у світі
Катастрофа	8 – 9	1 – 2
Сильний	7 – 8	15 – 20
Досить сильний	6 – 7	100 – 150
Середній	5 – 6	750 – 1000
Слабкий	4 – 5	5000 – 7000

Інтенсивність визначає силу землетрусу в епіцентрі (проекції осередка землетрусу на поверхню Землі). Між інтенсивністю в епіцентрі  $I_0$  за європейською шкалою МСК – 64 (1...12 балів) і магнітудою  $M$  існує зв'язок:

$$I_0 = 1.5M - 3.5 \lg h + 3, \quad (9.2)$$

де  $h$  – глибина осередку землетрусу, км.

У сучасних розрахунках приймають такі параметри для оцінки інтенсивності землетрусів (табл. 9.2).

Таблиця 9.2 – Параметри оцінки сили землетрусів

Інтенсивність $I_0$ , бали	Амплітуда переміщень стандартного сейсмометра $X_0$ , мм	Швидкість коливань Землі, $V_0$ , см/с	Прискорення коливань Землі, $a_0$ , см/с <sup>2</sup>
6	1.5...3	3...6	~ 50
7	3...6	6...12	~ 100
8	6...12	12...24	~ 200
9	12...24	24...48	~ 400

Існує дві теорії визначення сейсмічних сил – статична і динамічна.

**Статична теорія** припускає, що споруда має значну жорсткість, і прискорення  $a$ , що отримує споруда під час землетрусу, буде таким, як і прискорення Землі  $a_0$  (рис. 9.1).

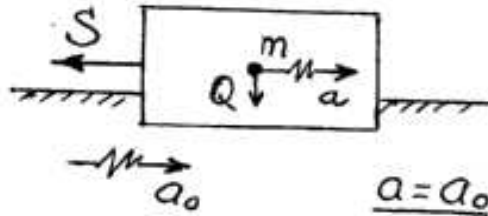


Рис. 9.1 – До статичної теорії визначення сейсмічних сил

Сейсмічна сила, що діє на споруду за другим законом Ньютона як сила інерції, дорівнює

$$S = ma = ma_0 = Qa_0 / g = k_s Q, \quad (9.3)$$

де  $m$ ,  $Q$  – відповідно маса і вага споруди разом з тимчасовим навантаженням;

$k_s$  – сейсмічний коефіцієнт.

Для споруд, що мають достатньо велику жорсткість (будівлі висотою до 3 – 4 поверхів) використовують модифіковану формулу для сейсмічної сили:

$$S = k_s Q \beta, \quad (9.4)$$

$$\text{де } \beta = \frac{1}{1 - \frac{T^2}{T_0^2}} \text{ – динамічний коефіцієнт;} \quad (9.5)$$

$T$  – період власних коливань споруди, що залежить від її жорсткості ( $T = 0.1 \dots 0.5$  с);

$T_0$  – період коливань у ґрунті під час землетрусу (звичайно приймають  $T_0 = 1$  с).

**Динамічну теорію** використовують для гнучких будівель і споруд (будівлі висотою 6...10 поверхів і більше).

Сейсмічна сила для гнучкої споруди, що подана як система з однією масою

$$S = ma(I, T). \quad (9.6)$$

Для визначення впливу періоду коливань споруди  $T$  (або жорсткості) М. Біо запропонував модель – платформу (рис. 9.2) з маятниками, що мають різні періоди власних коливань  $T_i$  (в межах 0.1...2.4 с).



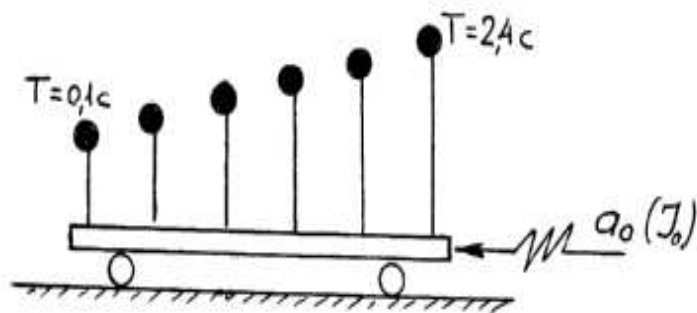


Рис. 9.2 – Платформа М. Біо

Платформі надавались рухи з різними прискореннями, що відповідають різним інтенсивностям землетрусів – від 6 до 9 балів. При цьому фіксувались прискорення мас маятників залежно від періодів їх власних коливань. Таким чином було отримано цілий спектр прискорень  $a(T)$ , що відповідають спорудам різної жорсткості з різними періодами власних коливань (рис. 9.3). При фіксуванні переміщень або швидкостей мас отримали відповідно спектри переміщень і швидкостей.

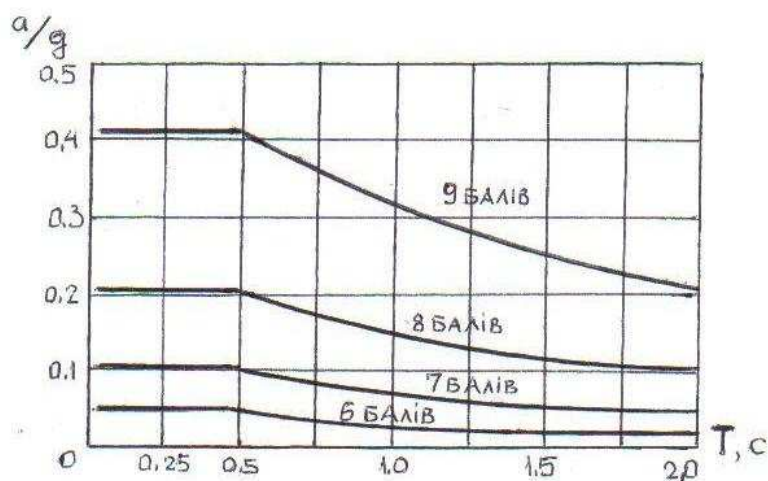


Рис. 9.3 – Спектр прискорень

Спектр прискорень можна подати як функцію двох змінних у вигляді

$$a(I_0, T) = g * a_0(I_0) * \beta(T), \quad (9.7)$$

де  $a_0(I_0)$  – коефіцієнт, що залежить від інтенсивності і приймається за рекомендаціями [11] (табл. 9.3).

Таблиця 9.3 – Величина параметру  $a_0$

Інтенсивність $I_0$ , бали	6	7	8	9
$a_0$	0.05	0.1	0.2	0.4

$\beta(T)$  – динамічний коефіцієнт, що залежить від періоду власних коливань споруди.

Графік  $\beta(T)$  на рис. 9.4 – спектр динамічного коефіцієнту  $\beta(T)$ , що залежить також від властивостей ґрунту підвалини (I, II, III категорії).

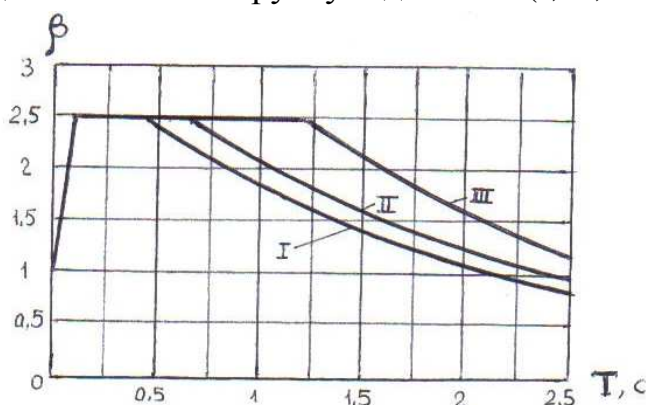


Рис. 9.4 – Графік динамічного коефіцієнта

Таким чином, сейсмічну силу для споруд з однією масою можна записати у вигляді

$$S = a_0(I_0) * Q * \beta(T) . \quad (9.8)$$

Якщо споруда може бути подана як динамічна схема з кількома масами (багатопверховий будинок), то сейсмічні сили визначаються для кожної маси за різними формами коливань (рис. 9.5):

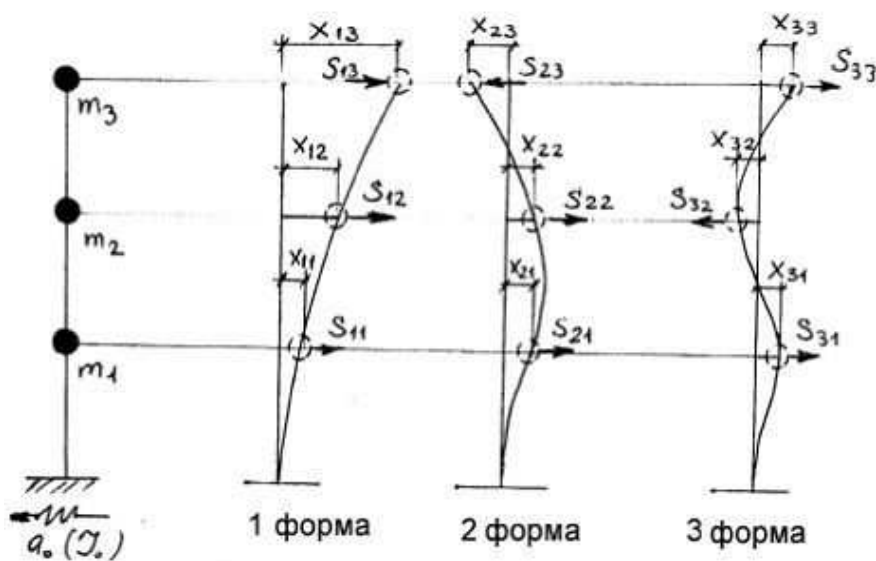


Рис. 9.5 – До визначення коефіцієнтів форм коливань

$$S_{ik} = a_0 * Q_k * \beta_i(T_i) * \eta_{ik} , \quad (9.9)$$

де  $i$  – номер форми коливань;

$k$  – рівень, у якому шукають сейсмічну силу (номер маси);

$\eta_{ik}$  – коефіцієнт форми коливань, що визначають за формулою

$$\eta_{ik} = \frac{x_{ik} \sum_{j=1}^n Q_j x_{ij}}{\sum_{j=1}^n Q_j x_{ij}^2} . \quad (9.10)$$

Для будівель, що мають до 5...7 поверхів, у практичних розрахунках враховують тільки першу (фундаментальну) форму коливань. У цьому випадку формула (9.10) спрощується:

$$\eta_k = \frac{x_k \sum_{j=1}^n Q_j x_j}{\sum_{j=1}^n Q_j x_j^2} . \quad (9.11)$$

У загальному випадку частоти сейсмічних коливань знаходять з частотного (вікового) рівняння (6.2), а форми коливань визначають координатами  $X_{ik}$ , що встановлюють з рівнянь (6.1), прийнявши для кожної форми  $X_{i1} = 1$ .

Залежно від конструктивної схеми споруди одиничні переміщення  $\delta_{ik}$  визначають за формулами:

- для рамного каркасу

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1}{12} \cdot (P_1 + R_1) ; \\ \delta_{kk} &= \frac{1}{12} \cdot \left( P_k + R_k + \frac{h_k^2}{4r_k} \right) \text{ при } k > 1 ; \\ \delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{13} = \delta_{31} = \dots = \delta_{1n} = \delta_{n1} &= \delta_{11} + \frac{h_1 \cdot h_2}{48r_1 + 4s_1} ; \\ \delta_{k,k+1} = \delta_{k+1,k} = \delta_{kn} = \delta_{nk} &= \delta_{kk} + \frac{h_k \cdot h_{k+1}}{48r_k} \text{ при } k > 1 ; \end{aligned} \right\} \quad (9.12)$$

де  $P_k = \sum_{j=1}^k \frac{h_j^2}{s_j}$  ;  $R_1 = \frac{h_1^2}{4r_1 + 0.33s_1}$  ;  $R_2 = \frac{(h_1 + h_2)^2}{4r_1 + 0.33s_1}$  ;  $R_k = R_{k-1} \frac{(h_{k-1} + h_k)^2}{4r_{k-1}}$  при  $k > 2$ ;  
 $s_i$ ,  $r_i$  – погонна жорсткість усіх колон одного поверху і погонна жорсткість усіх ригелів одного поверху відповідно;

- для в'язного каркасу (рис. 9.6)

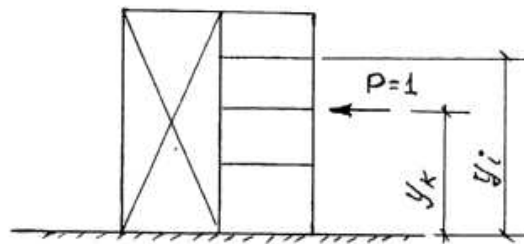


Рис. 9.6 – До визначення одиничних переміщень будівлі в'язної системи

$$\left. \begin{aligned} \text{при } y_i \geq y_k \quad \delta_{ik} &= \frac{y_k^2}{2EI} \cdot \left( y_i - \frac{y_k}{3} \right) + \frac{1.2 \cdot y_k}{GA} ; \\ \text{при } y_i \leq y_k \quad \delta_{ik} &= \frac{y_i^2}{2EI} \cdot \left( y_k - \frac{y_i}{3} \right) + \frac{1.2 \cdot y_i}{GA} ; \end{aligned} \right\} \quad (9.13)$$

де  $EI$ ,  $GA$  – жорсткість усіх діафрагм відповідно на згин і зсув.

- для безкаркасних будівель з поперечними несучими стінами

$$\delta_{kk} = \delta_{k,k+j} = \delta_{k+j,k} = \sum_{j=1}^k \frac{h_j}{f_j}, \quad (9.14)$$

де  $f_j = (AG \cdot \gamma)_j$ ;

$AG$  – жорсткість всіх стін на зсув;

$\gamma$  – коефіцієнт прорізності на  $j$ -му поверху.

Після визначення частот  $\omega_1, \omega_2 \dots \omega_n$  визначають періоди коливань за кожною формою  $T_i = 2\pi/\omega_i$ , потім за їх значенням для кожної форми коливань встановлюють коефіцієнти  $\beta_i$  за графіком (рис. 9.4).

В практичних розрахунках використовують цілий ряд спрощень. Так, якщо в розрахунку враховують тільки першу форму коливань, то період  $T_1$  можна визначити за приблизними формулами залежно від конструктивної схеми будівлі.

Для багатоповерхового цивільного будинку безкаркасного типу

$$T_1 = \alpha n,$$

де  $\alpha$  визначають за табл. 9.4;

$n$  – кількість поверхів.

Таблиця 9.4. Величина коефіцієнту  $\alpha$  для різних типів будівель

Тип будинку	$\alpha$
Панельний	0.045
Цегляний	0.056
Крупноблочний	0.065

Для монолітних і каркасних будівель можна використовувати такі формули:

- для будівель із монолітного залізобетону

$$T_1 = 0.06 \frac{H}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{H}{2L+H}}, \quad (9.15)$$

- для будівель в`язної системи з діафрагмами і ядрами жорсткості

$$T_1 = 0.08 \frac{H}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{H}{L+H}}, \quad (9.16)$$

- для будівель рамної системи із залізобетонним каркасом

$$T_1 = 0.09 \frac{H}{\sqrt{L}}, \quad (9.17)$$

- для будівель із стальним каркасом

$$T_1 = 0.1 \frac{H}{\sqrt{L}}, \quad (9.18)$$

де  $H$  – загальна висота будівлі,

$L$  – довжина будівлі в напрямку, що збігається з напрямком дії сейсмічних сил.

$$\eta_k = \frac{3k}{2n+1} \quad , \quad (9.19)$$

$n$  – кількість рівнів (поверхів).

$$S_{ik} = a_0 Q_k \beta_i \eta_{ik} k_1 k_2 k_3 k_{\text{TP}} , \quad (9.20)$$
$$k_3 = 1 + 0.04(n - 5);$$

$k_{гр}$  – коефіцієнт, що враховує нелінійні деформації ґрунту під час сейсмічних коливань (табл.9.7).

№ п/п	Конструктивна схема будівлі і несучих елементів	$K_1$ для сейсмічності, бали		
		6	7-8	9
1	Будівлі, в яких не допустимі пошкодження і непружні деформації	1.0	1.0	1.0
2	Будівлі і споруди, в конструкціях яких можуть бути допущені остаточні деформації і пошкодження, що перешкоджають нормальній експлуатації при гарантуванні безпеки людей і збереженню обладнання, що будують: - зі сталевим каркасом - з залізобетонним рамним каркасом - з залізобетонним рівно-в'язним каркасом - з монолітного залізобетону і панельними - з несучими цегляними стінами - з несучими стінами із блоків та каркасно-кам'яні - окремі елементи, що розраховують на локальні сейсмічні навантаження - із системами сейсмоізоляції	0.25	0.25  0.35 0.3 0.25 0.4 0.35	0.3  0.45 0.4 0.35 0.45 0.4
		0.4	0.5 1/R <sub>c</sub>	0.55 1/R <sub>c</sub>
3	Будівлі і споруди, в конструкціях яких можуть бути допущені значні остаточні деформації, тріщини, пошкодження окремих елементів, їх зміщення, що тимчасово призупиняють нормальну експлуатацію при гарантуванні безпеки людей	0.2	0.2	0.3

В таблиці 9.5  $R_{\mu}$  – коефіцієнт зниження сейсмічної реакції за рахунок проявлення нелінійних властивостей пружнопластичної системи (коефіцієнт редуції); його визначають за формулами додатку Г [11].

Таблиця 9.6 – Коефіцієнт  $k_2$

№ п/п	Характеристика споруди	Величина $k_2$
1	Особливо відповідальні й унікальні споруди	1.5
2	Споруди з одночасним перебуванням великої кількості людей; будівлі і споруди, експлуатація яких необхідна при землетрусі або під час ліквідації його наслідків	1.4
3	Будівлі лікарень, шкіл, дитячих садків, вузів	1.3
4	Висотні споруди невеликих розмірів в плані (башти, димові труби, ліфтові шахти) при співвідношенні висоти споруди $H$ до її ширини $B$ , рівному або більшому 5, і великопрольотні споруди ( $L \geq 30$ м)	1.4
5	Каркасні будівлі, стінове заповнення яких не впливає на їх деформативність - при співвідношенні висоти стояків $h$ до їх поперечного розміру $b$ в напрямку дії сейсмічного навантаження, рівному або більшому 25; - при $h/b \leq 15$	1.4 1.0
6	Готелі, будинки і бази відпочинку на 250 місць і більше	1.2
7	Житлові, адміністративні і виробничі будівлі, не вказані в п.п.1-6	1.0
8	Майстерні, склади, торговельні павільйони і т.п., що не пов'язані із загибеллю людей	0.5

Таблиця 9.7 – Коефіцієнт  $k_{гр}$

Категорія ґрунту	Сейсмічність району (бали)			
	6	7	8	9
I	1.0	1.2	1.3	1.4
II	1.0	1.0	1.0	1.0
III	1.0	0.8	0.75	0.7

У сейсмостійкому будівництві використовують пасивний або активний сейсмозахист.

Пасивний сейсмозахист – це проектування конструкцій споруди, що здатні сприймати максимальні зусилля від сейсмічного впливу.

Активний сейсмозахист – це комплекс заходів, що спрямовані на зменшення сейсмічного впливу на будівлю або споруду.

**До методів активного сейсмозахисту належать:**

- сейсмоізоляція;
- використання адаптивних конструктивних систем;
- використання систем з підвищеним демпфуванням;
- використання систем з гасителями коливань.

Для сейсмоізоляції використовують спеціальні конструкції підземної частини споруди, що здатні зменшити інерційні сили в надземній частині. Такий ефект можна отримати, застосовуючи гнучкий перший поверх будівлі (рис. 9.7).

Одним з напрямків сейсмоізоляції є використання гумовометалевих опор, що встановлюють між несучими конструкціями фундаменту і споруди (рис.9.8), спеціальних кінематичних опор (опор гойдання), ковзних опор (рис.9.9), підвісних опор (рис. 9.10).

Адаптивні системи – це системи із зв'язками, що виключаються (рис.9.11) або включаються (рис. 9.12).

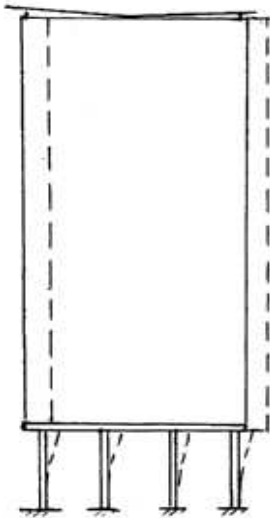


Рис. 9.7 – Схема будівлі з першим гнучким поверхом

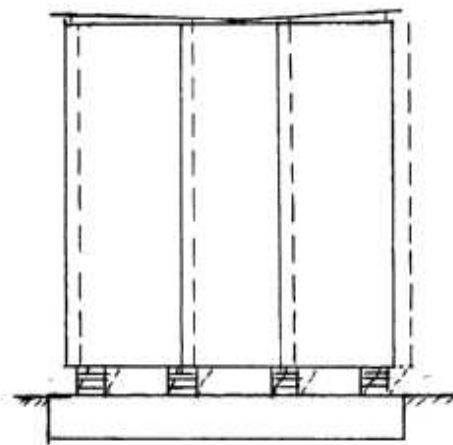


Рис. 9.8 – Сейсмоізоляція будівлі на гумовометалевих опорах

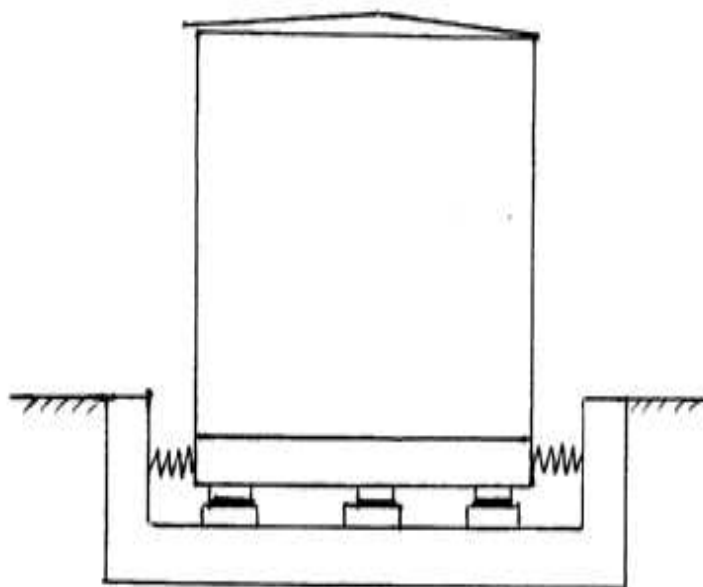


Рис. 9.9 – Сейсмоізоляція будівлі за допомогою ковзних опор

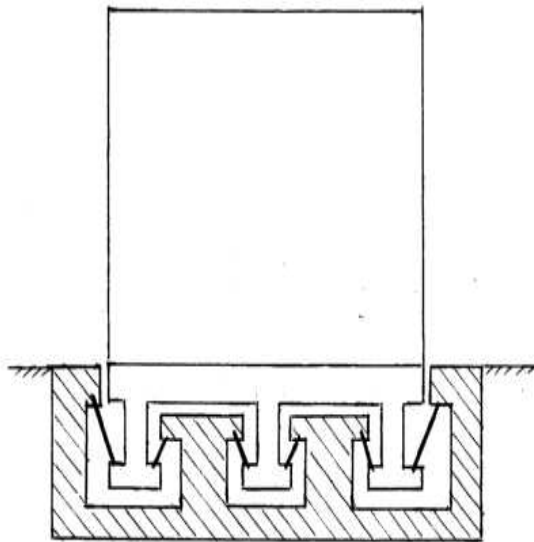


Рис. 9.10 – Сейсмоізолюючий фундамент з підвісними опорами

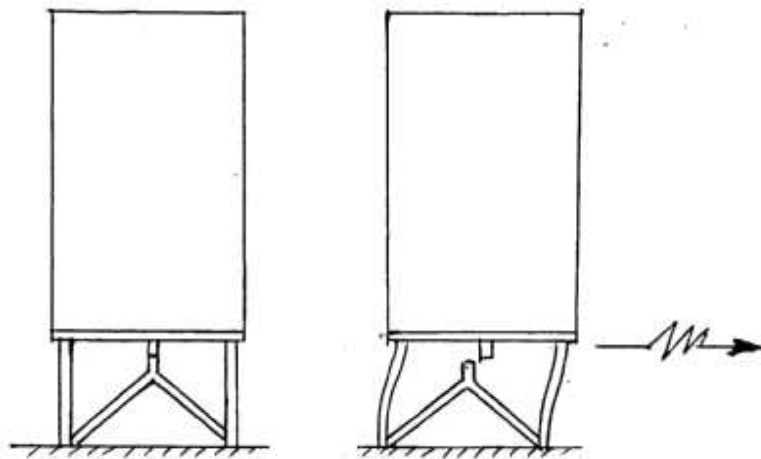


Рис. 9.11 – Сейсмосахист будівлі за допомогою зв'язків, що вимикаються

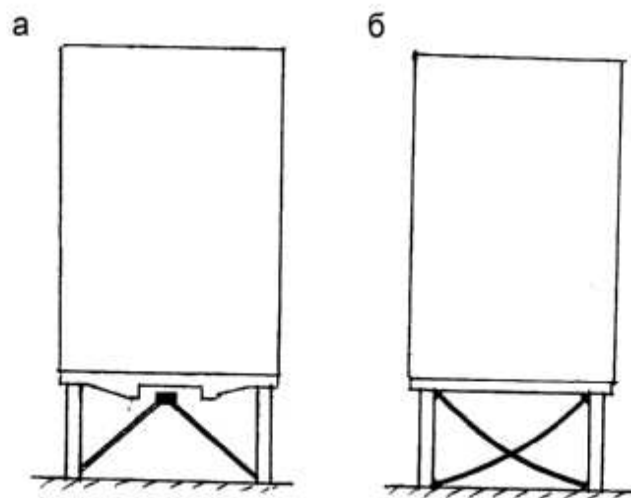


Рис. 9.12 – Сейсмосахист будівлі за допомогою зв'язків, що включаються:  
а – з упорами-обмежувачами; б – з прогинальними розтяжками



Системи з підвищеним демпфуванням створюють умови швидкого затухання коливань, що значно зменшує реакцію споруди на сейсмічне збурення. Як демпфер (амортизатор) використовують механічні енергопоглиначі з елементами підвищеної пластичної деформації, які вставлені замість панелі-діафрагми жорсткості (рис. 9.13), або в'язкі (гідравлічні) демпфери (рис. 9.14).

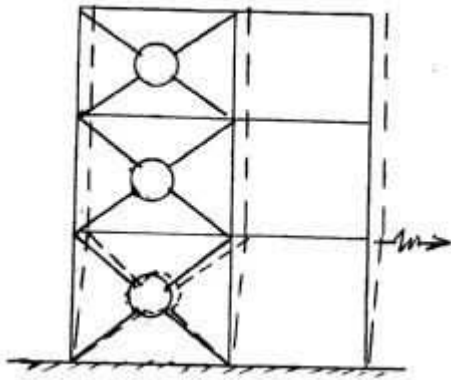


Рис. 9.13 – Сейсмозахист за допомогою енергопоглиначів кільцевого типу

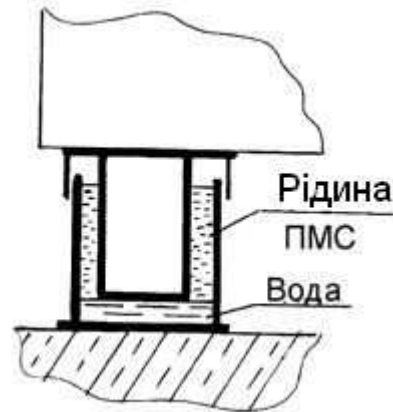


Рис. 9.14 – Схема в'язкого демпфера

Гасителі коливань використовують для зменшення коливань споруди. Це деяка пружно приєднана до споруди маса, що змінює динамічні характеристики споруди при коливаннях. Енергія коливань захищеної споруди передається гасителю, що коливається при цьому з підвищеною амплітудою.

**При пасивному сейсмозахисті** треба виконувати цілий комплекс спеціальних заходів при проектуванні всіх несучих конструкцій будівлі.

Всі будівлі виконують з підвалами.

**Фундаменти будівель і споруд.** У безкаркасних будівлях фундаменти виконують монолітними або збірними (при інтенсивності 9 балів – тільки монолітними). У збірних фундаментах по їх верху укладають шар розчину марки не нижче 100 і товщиною не менше 40 мм. У цей шар укладають арматуру в кількості не менше 3Ø10 при інтенсивності 7 балів, 4Ø10 – при 8 балах і 6Ø10 – при 9 балах. Крім того, при інтенсивності 9 балів по всіх горизонтальних швах в кутах і перехрестях стін укладають арматурні сітки довжиною не менше 2 м в кожному напрямку. Площа перерізу арматури в сітках – не менше 1 см<sup>2</sup>.

У каркасних будівлях всі окремо розташовані фундаменти під колони з'єднують між собою в двох напрямках залізобетонними поясами-розпірками

перерізом не менше 300х300 мм з арматурою не менше 4Ø10. Ці розпірки виконують в рівні підшви фундаментів або низа підколонників.

Для будівель висотою 16 поверхів і вище фундаменти найчастіше виконують у вигляді суцільної плити або на палях. Підшву фундаменту заглиблюють не менше ніж на 4.5 м.

Стіни. У панельних будівлях всі поздовжні й поперечні стіни з'єднуються в єдину просторову систему з перекриттями шляхом зварювання випусків арматури, анкерів, закладних деталей і влаштування монолітних стиків. У місцях лоджій встановлюють залізобетонні рами.

На рівні перекриттів і покриття влаштовують залізобетонні антисейсмічні пояси по поздовжніх і поперечних стінах. Мінімальний переріз поясу 350х150 мм, бетон класу не нижче С12/15. Мінімальне армування поясу - 4Ø10 при інтенсивності 6...8 балів і 4Ø12 при інтенсивності 9 балів.

У каркасних будівлях антисейсмічні пояси влаштовують у двох рівнях – на рівні перекриттів і рівні верху віконних прорізів. Пояси з'єднують з елементами каркасу. У монолітних залізобетонних перекриттях по контуру уздовж стін влаштовують контурні балки, що виконують роль антисейсмічних поясів.

У цегляних будівлях виконують антисейсмічні пояси на рівні перекриттів. У кутах і перехрестях стін укладають арматурні сітки довжиною 1.5 м через 700 мм по висоті при 6...8 балах і через 500 мм – при 9 балах. Переріз арматури сіток – не менше 1 см<sup>2</sup>.

Перемички над прорізами ставлять на всю ширину стін, довжина площадки їх спирання – не менше 350 мм.

Перекриття і покриття повинні створювати жорсткі горизонтальні диски. Для цього в збірному варіанті використовують панелі з боковою поверхнею, що створює при замонолічуванні швів шпонки.

Всі панелі зв'язуються з елементами каркасу. Спирання панелей на стіни повинно бути довжиною не менше 120 мм.

Максимальний виліт балконів – 1.5 м.

Каркаси будівель виконують з жорсткими посиленими вузлами. У монолітних залізобетонних каркасах поздовжню арматуру ригелів розміщують зверху і знизу. Хомути ригелів повинні бути замкнутими і розташованими з кроком не більше 100 мм на довжині, що дорівнює висоті ригелю.

Хомути колон у вузлі встановлюють з кроком не більше 70 мм і в білявузловій зоні зверху і знизу з кроком не більше 100 мм на довжині не менше розміру перерізу колони.

У збірних залізобетонних каркасах ригелі установлюють в двох напрямках за допомогою закладних деталей, що створюють в колонах консолі другого напрямку. Стики ригелів виконують за допомогою зварювання стикової арматури, вузли ретельно бетонують.

Діафрагми, в'язі, ядра жорсткості повинні бути безперервними на всю висоту будівлі. Їх треба розташовувати в обох напрямках рівномірно і симетрично відносно його центру ваги. Максимальна відстань між діафрагмами – 12 м.

Ненесучі стіни повинні мати гнучкі зв'язки з елементами каркасу. Між поверхнею стіни і колонами каркасу треба мати зазор не менше 20 мм.

Елементи збірних колон багатоповерхових каркасних будівель рекомендовано виготовляти висотою в декілька поверхів. Стикування колон треба виконувати в зонах з найменшими згинальними моментами і з'єднанням поздовжньої арматури ванним зварюванням або парними накладками.

Товщину плити монолітного безригельного каркасу приймають не менше 200 мм, з класу бетону не менше С16/20.

Всі елементи сталюого каркасу повинні утворювати жорсткі вузли за допомогою накладок на поясах балок, надійно з'єднаних з тілом колон.

**Задача 9.1** (рис.9.15). Визначити сейсмічні сили п'ятиповерхового безкаркасного панельного будинку, що будується в м. Ялта. Довжина будинку 36 м. Розрахункова інтенсивність землетрусу 8 балів. Ґрунт – другої категорії.

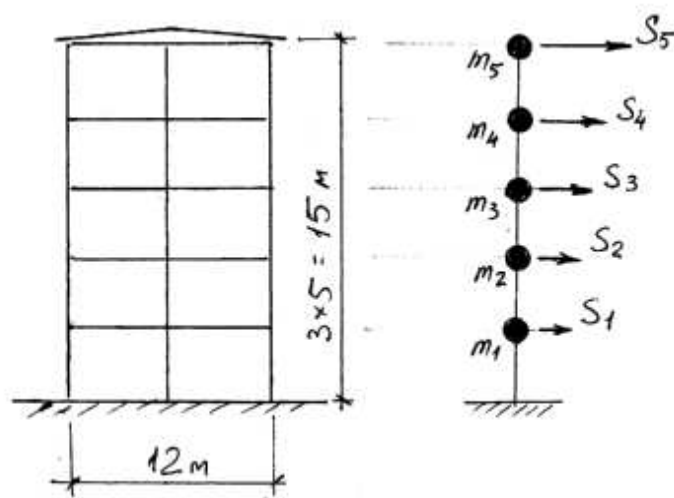


Рис. 9.15 – Вихідні дані. Динамічна схема будинку

Будинок має регулярну структуру, динамічну схему зображуємо як консоль з п'ятьма масами, що розташовані в рівнях перекриттів і покриття.

Для розрахунку в першому наближенні згідно з рекомендаціями приймаємо повне навантаження з  $1 \text{ м}^3$  будівлі – 4 кН (для останнього ярусу за рахунок меншого навантаження на покритті, ніж на перекриттях – 3.5 кН).

Вага зосереджених мас

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 4 \cdot 3 \cdot 12 \cdot 36 = 5184 \text{ кН},$$

$$Q_5 = 3.5 \cdot 3 \cdot 12 \cdot 36 = 4536 \text{ кН}.$$

Період першої форми коливань

$$T = \alpha n = 0.045 \cdot 5 = 0.225 \text{ с}.$$

Динамічний коефіцієнт  $\beta = 2.5$ .

Коефіцієнти розподілу сейсмічних сил за (9.19):

$$\eta_1 = 0.273; \eta_2 = 0.545; \eta_3 = 0.818; \eta_4 = 1.09; \eta_5 = 1.364.$$

Коефіцієнти  $k_1, k_2, k_3, k_{гр}$ :

$$k_1 = 0.25; \quad k_2 = 1.0; \quad k_3 = 1; \quad k_{гр} = 1.0.$$

Сейсмічні сили за (9.20) при  $a_0 = 0.2$  (табл.9.3):

$$S_1 = a_0 Q_1 \beta \eta_1 k_1 k_2 k_3 k_{гр} = 0.2 \cdot 5184 \cdot 2.5 \cdot 0.273 \cdot 0.25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 176.9 \text{ кН};$$

$$S_2 = a_0 Q_2 \beta \eta_2 k_1 k_2 k_3 k_{гр} = 353.8 \text{ кН};$$

$$S_3 = 530.7 \text{ кН}; \quad S_4 = 707.6 \text{ кН}; \quad S_5 = 774 \text{ кН}.$$

**Задача 9.2** (рис.9.16). Визначити періоди можливих коливань будівлі рамної системи. Вагу  $1 \text{ м}^3$  будівлі прийняти 4.5 кН. Переріз колон  $40 \times 40 \text{ см}$ ; переріз ригелів  $25 \times 60 \text{ см}$ . Бетон класу С16/20 ( $E = 2.7 \cdot 10^7 \text{ кН/м}^2$ ).

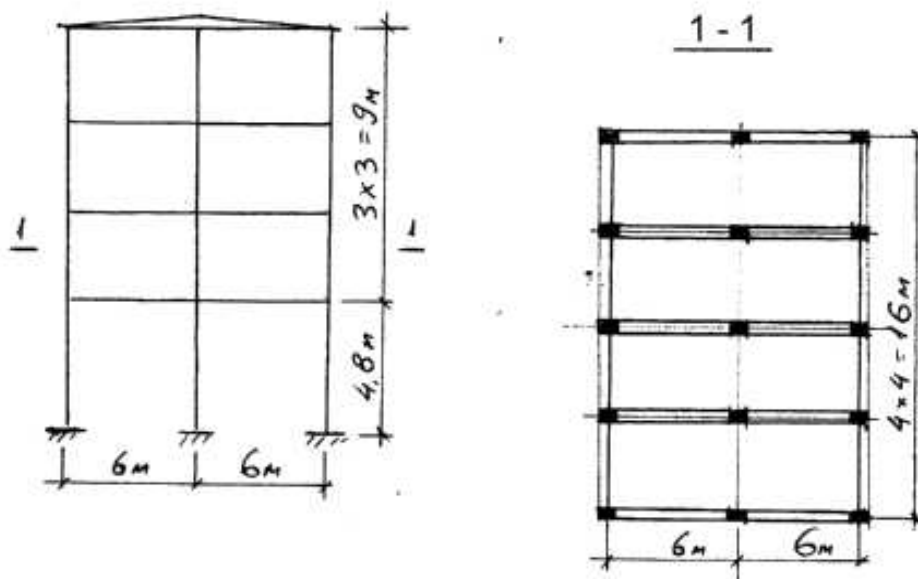


Рис. 9.16 – Вихідні дані

Маси ярусів

$$m_1 = Q_1/g = 4.5 \cdot 12 \cdot 16 \cdot 4.8 / 9.81 = 423 \text{ кН} \cdot \text{см}^2/\text{м};$$

$$m_2 = m_3 = m_4 = 4.5 \cdot 12 \cdot 16 \cdot 3 / 9.81 = 264 \text{ кН} \cdot \text{см}^2/\text{м}.$$

Моменти інерції елементів рам

$$I_{\text{ст}} = 0.4^4/12 = 2.13 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4; \quad I_{\text{риг}} = 0.25 \cdot 0.6^3/12 = 4.5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4.$$

Погонні жорсткості всіх стояків першого поверху

$$s_1 = \sum EI_{\text{ст}}/h_1 = 15 \cdot 2.7 \cdot 10^7 \cdot 2.13 \cdot 10^{-3} / 4.8 = 1.8 \cdot 10^5 \text{ кНм};$$

погонні жорсткості всіх стояків кожного з вищерозташованих поверхів

$$s_2 = s_3 = s_4 = 15 \cdot 2.7 \cdot 10^7 \cdot 2.13 \cdot 10^{-3} / 3 = 2.9 \cdot 10^5 \text{ кНм}.$$

Погонні жорсткості всіх ригелів кожного поверху

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = \sum EI_{\text{риг}}/l = 10 \cdot 2.7 \cdot 10^7 \cdot 4.5 \cdot 10^{-3} / 6 = 2 \cdot 10^5 \text{ кНм}.$$

Одиничні переміщення визначаємо за (9.12):

$$\delta_{11} = \frac{P_1 + R_1}{12}, \quad \text{где } P_1 = \frac{h_1^2}{s_1} = \frac{4.8^2}{1.8 \cdot 10^5} = 12.8 \cdot 10^{-5} \text{ м/кН};$$

$$R_1 = \frac{h_1^2}{4r_1 + 0.33s_1} = \frac{4.8^2}{4 \cdot 2 \cdot 10^5 + 0.33 \cdot 1.8 \cdot 10^5} = 2.68 \cdot 10^{-5} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{11} = \frac{(12.8 + 2.68) \cdot 10^{-5}}{12} = 1.29 \cdot 10^{-5} \text{ м/кН};$$

$$\begin{aligned} \delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{13} = \delta_{31} = \delta_{14} = \delta_{41} = \\ = \delta_{11} + \frac{h_1 \cdot h_2}{48r_1 + 4s_1} = 1.29 \cdot 10^{-5} + \frac{4.8 \cdot 3}{(48 \cdot 2 + 4 \cdot 1.8) \cdot 10^5} = 1.44 \cdot 10^{-5} \text{ м/кН}. \end{aligned}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{12} \cdot \left( P_2 + R_2 + \frac{h_2^2}{4r_2} \right) = 2.43 \cdot 10^{-5} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = \delta_{24} = \delta_{42} = \delta_{22} + \frac{h_2 \cdot h_3}{48r_2} = 2.52 \cdot 10^{-5} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{33} = 3.54 \cdot 10^{-5} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{34} = \delta_{43} = \delta_{33} + \frac{h_3 \cdot h_4}{48r_3} = 3.63 \cdot 10^{-5} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{44} = 4.21 \cdot 10^{-5} \text{ м/кН}.$$

Компоненти матриці – частотного рівняння:

$$m_1 \delta_{11} = 423 \cdot 1.29 \cdot 10^{-5} = 5.46 \cdot 10^{-3} \text{ с}^2;$$

$$m_1 \delta_{21} = m_1 \delta_{31} = m_1 \delta_{41} = 423 \cdot 1.44 \cdot 10^{-5} = 6.09 \cdot 10^{-3} \text{ с}^2;$$

$$m_2 \delta_{12} = m_3 \delta_{13} = m_4 \delta_{14} = 264 \cdot 1.44 \cdot 10^{-5} = 3.8 \cdot 10^{-3} \text{ с}^2;$$

$$m_2 \delta_{22} = 264 \cdot 2.43 \cdot 10^{-5} = 6.42 \cdot 10^{-3} \text{ с}^2;$$

$$\dots \dots \dots m_4 \delta_{44} = 11.1 \cdot 10^{-3} \text{ с}^2.$$

Частотне рівняння має вигляд

$$D = \begin{vmatrix} 5.46 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 - 1 & 3.8 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 & 3.8 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 & 3.8 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 \\ 6.09 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 & 6.42 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 - 1 & 6.65 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 & 6.65 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 \\ 6.09 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 & 6.65 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 & 9.35 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 - 1 & 9.58 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 \\ 6.09 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 & 6.65 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 & 9.58 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 & 11.1 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 - 1 \end{vmatrix} = 0$$

З частотного рівняння за допомогою засобів обчислювальної техніки визначаємо кругові частоти  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$  і періоди коливань:

$$T_1 = 2\pi/\omega_1; \quad T_2 = 2\pi/\omega_2; \quad T_3 = 2\pi/\omega_3; \quad T_4 = 2\pi/\omega_4.$$

**Задача 9.3** (рис. 9.17). Визначити одиничні переміщення для складання частотного рівняння. Прийняти коливання в напрямку осі Х. Будинок – в'язної системи. Діафрагми жорсткості виконані у вигляді залізобетонних перегородок товщиною 16 см. Бетон класу С16/20.

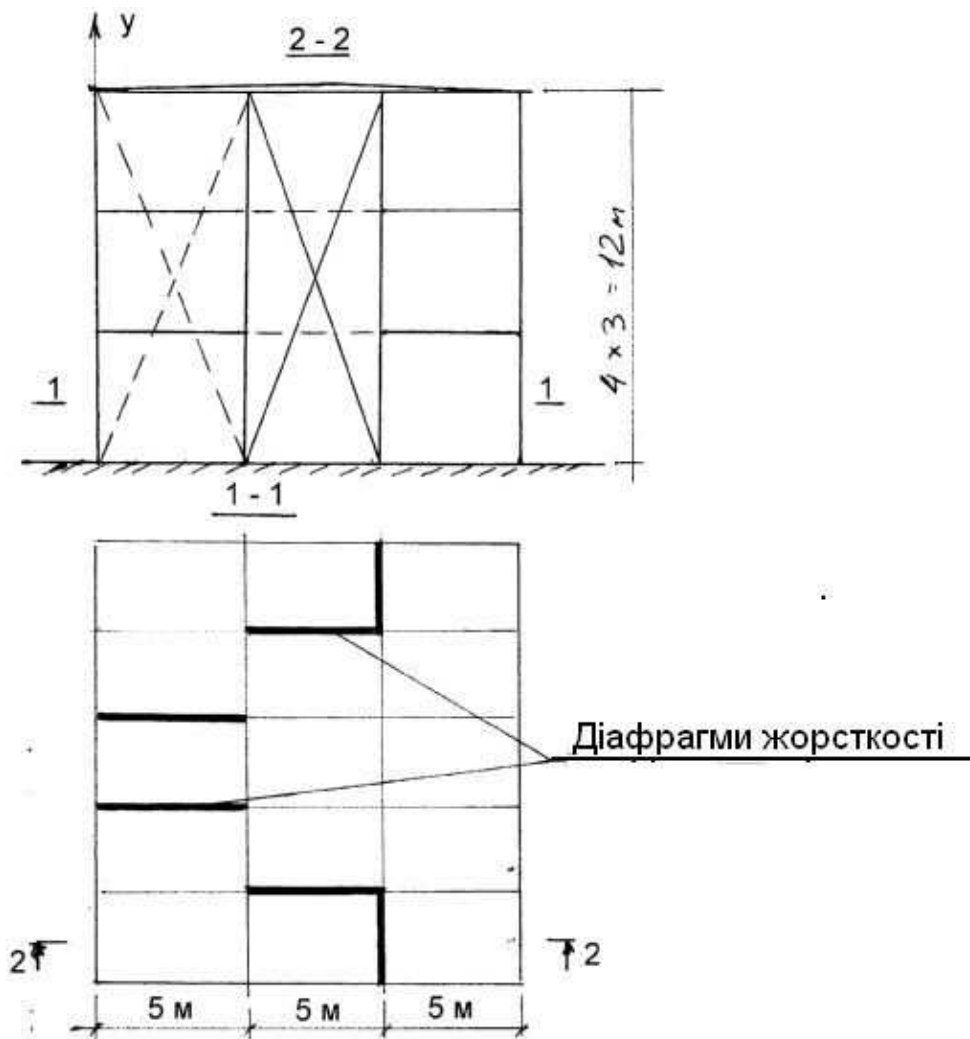


Рис. 9.17 – Вихідні дані

Сумарна жорсткість діафрагм в напрямку осі Х:

$$EI = 4 \cdot 2.7 \cdot 10^7 \cdot 0.16 \cdot 5^3 / 12 = 1.8 \cdot 10^8 \text{ кН} \cdot \text{м}^2.$$

Сумарна зсувна жорсткість діафрагм:

$$GA = 0.4EA = 0.4 \cdot 4 \cdot 2.7 \cdot 10^7 \cdot 0.16 \cdot 5 = 3.45 \cdot 10^7 \text{ кН}.$$

Одиничне переміщення визначаємо за (9.13):

$$\delta_{11} = \frac{y_1^2}{2EI} \cdot \left( y_1 - \frac{y_1}{3} \right) + \frac{1.2 \cdot y_1}{GA} = \frac{4^2}{2 \cdot 1.8 \cdot 10^8} \cdot \left( 4 - \frac{4}{3} \right) + \frac{1.2 \cdot 4}{3.45 \cdot 10^7} = 2.58 \cdot 10^{-7} \text{ м/кН};$$

$$\begin{aligned} \delta_{12} = \delta_{21} &= \frac{y_1^2}{2EI} \left( y_2 - \frac{y_1}{3} \right) + \frac{1.2 y_1}{GA} = \\ &= \frac{4^2}{2 \cdot 1.8 \cdot 10^8} \cdot \left( 8 - \frac{4}{3} \right) + \frac{1.2 \cdot 4}{3.45 \cdot 10^7} = 4.36 \cdot 10^{-7} \text{ м/кН}; \end{aligned}$$

$$\delta_{13} = \delta_{31} = 6.13 \cdot 10^{-7} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{22} = 12.3 \cdot 10^{-7} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = 19.3 \cdot 10^{-7} \text{ м/кН};$$

$$\delta_{33} = 36.2 \cdot 10^{-7} \text{ м/кН}.$$

Одиничні переміщення  $\delta_{ik} \cdot 10^7$  мають вигляд, що показаний на рис.9.18).

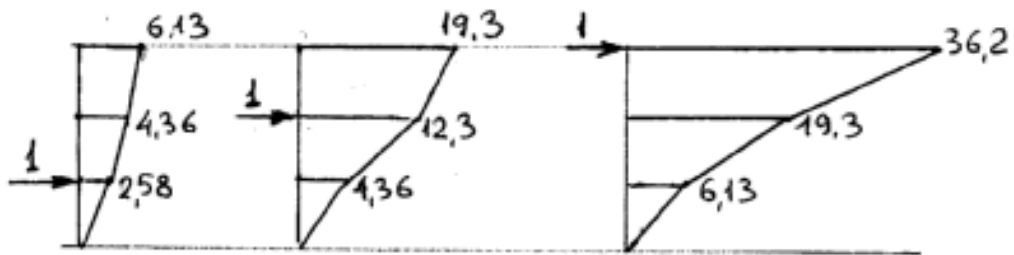
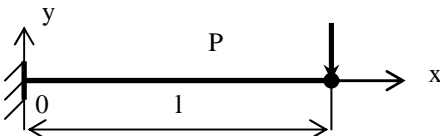
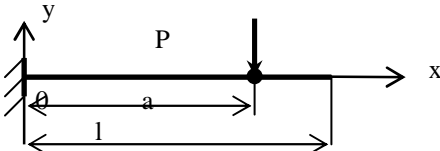
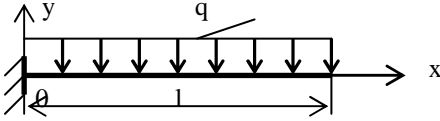
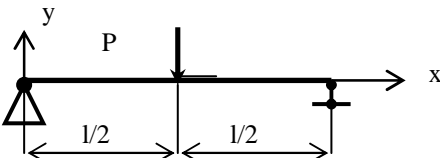
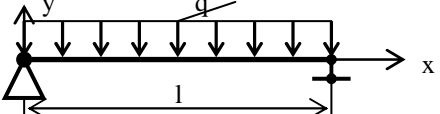
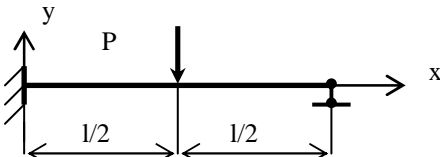
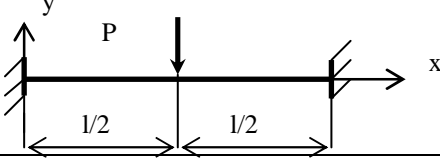
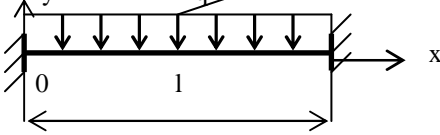
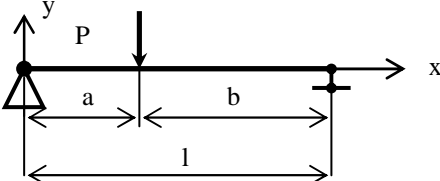
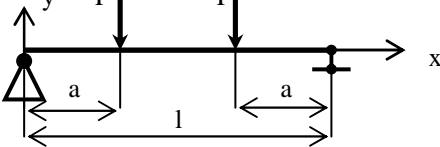


Рис. 9.18 – Одиничні переміщення  $\delta_{ik} \cdot 10^7$

### Запитання для самоперевірки


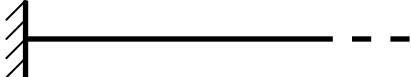
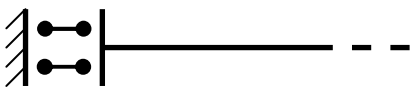

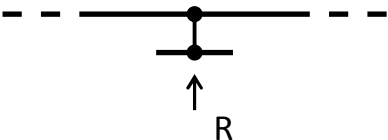


1. Поняття магнітуди і інтенсивності землетрусу.
2. Параметри оцінки сили землетрусу.
3. Статична і динамічна теорії визначення сейсмічних сил.
4. Спектри землетрусів. Динамічний коефіцієнт.
5. Вплив жорсткості будівлі на періоди коливань і величину сейсмічних сил.
6. Методи активного сейсмозахисту будівель.
7. Конструктивні заходи щодо забезпечення сейсмостійкості будівлі при пасивному сейсмозахисті.

## Формули для визначення статичного прогину балок

Схема навантаження	Величина статичного прогину
	$y_{x=l} = \frac{P \cdot l^3}{3EI}$
	$y_{x=l} = \frac{P \cdot a^2}{6EI} \cdot (3l - a)$
	$y_{x=l} = \frac{q \cdot l^4}{8EI}$
	$y_{x=\frac{l}{2}} = \frac{P \cdot l^3}{48EI}$
	$y_{x=\frac{l}{2}} = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384EI}$
	$y_{x=\frac{l}{2}} = \frac{7}{768} \cdot \frac{P \cdot l^3}{EI}$
	$y_{x=\frac{l}{2}} = \frac{P \cdot l^3}{192EI}$
	$y_{x=\frac{l}{2}} = \frac{q \cdot l^4}{384EI}$
	$y_{x=a} = \frac{P \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot l \cdot EI}$
	$y_{x=\frac{l}{2}} = \frac{P \cdot a^3}{24EI} \cdot \left( \frac{3l^2}{a^2} - 4 \right)$

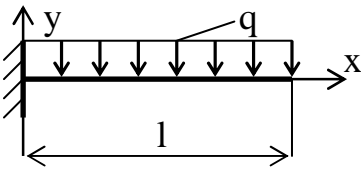
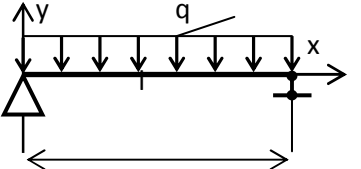
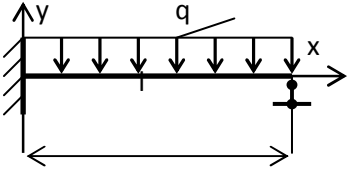
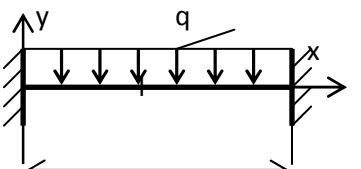


## Силові і кінематичні межові умови для балок

Схема спирання кінця балки або сполуки суміжних ділянок	Межові умови
	$y = 0; y'' = 0$
	$y = 0; y' = 0$
	$y' = 0; y''' = 0$
	$y'' = 0; y''' = \frac{m \cdot \omega^2}{EI}$
	$y_{\text{лев}} = y_{\text{пр}} = 0; y''_{\text{лев}} = y''_{\text{прав}}$ $y'_{\text{лев}} = y'_{\text{прав}}; y'''_{\text{лев}} = y'''_{\text{прав}} - \frac{R}{EI}$
	$y_{\text{лев}} = y_{\text{пр}}; y'_{\text{лев}} = y'_{\text{прав}}$ $y''_{\text{лев}} = y''_{\text{прав}}; y'''_{\text{лев}} = y'''_{\text{прав}} - \frac{m \cdot \omega^2 \cdot y}{EI}$
	$y'' = y''' = 0$

### Додаток 3

#### Форми власних коливань (балочні функції) однопрогонних балок з розподіленою масою

Схема балки, частотне рівняння	№ форми власних коливань	Форма коливань (балочна функція)	Корені частотного рівняння $\lambda_i l$	Числове значення коэф. $\sigma_i$
 <p><math>\text{Cos } \lambda_i l \cdot \text{Ch } \lambda_i l + 1 = 0</math></p>	1 2 3 4 5 >5	$y_i(x) = \text{Ch } \lambda_i x - \text{Cos } \lambda_i x - \sigma_i (\text{Sh } \lambda_i x - \text{Sin } \lambda_i x)$	1.875 4.694 7.855 10.996 14.137 $(2i-1) \frac{\pi}{2}$	0.734 1.018 0.999 ~1 ~1 ~1
 <p><math>\text{Sin } \lambda_i l = 0</math></p>	1 2 3 4 5 >5	$y_i(x) = \text{Sin } \frac{i\pi x}{l}$	3.142 6.283 9.425 12.566 15.708 $i\pi$	—
 <p><math>\text{tg } \lambda_i l = \text{th } \lambda_i l</math></p>	1 2 3 4 5 >5	$y_i(x) = \text{Ch } \lambda_i x - \text{Cos } \lambda_i x - \sigma_i (\text{Sh } \lambda_i x - \text{Sin } \lambda_i x)$	3.927 7.069 10.210 13.352 16.494 $(4i+1) \frac{\pi}{4}$	~1 ~1 1 1 1 1
 <p><math>\text{Cos } \lambda_i l \cdot \text{Ch } \lambda_i l - 1 = 0</math></p>	1 2 3 4 5 >5	$y_i(x) = \text{Ch } \lambda_i x - \text{Cos } \lambda_i x - \sigma_i (\text{Sh } \lambda_i x - \text{Sin } \lambda_i x)$	4.730 7.853 10.996 14.197 17.279 $(2i+1) \frac{\pi}{2}$	0.983 1.001 ~1 ~1 1 1

#### Кругова частота власних коливань

$$\omega_i = \lambda_i^2 \cdot \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad \text{де } m = \frac{q}{g}, \quad g = 9.81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

## Функції впливу (функції Крилова) та їх дотичні

$\lambda x$	Функції Крилова			
	$S(\lambda x)$	$T(\lambda x)$	$U(\lambda x)$	$V(\lambda x)$
0.00	1	0	0	0
0.01	1	0.01	0	0
0.02	1	0.02	0.0002	0
0.03	1	0.03	0.0004	0
0.04	1	0.04	0.0008	0
0.05	1	0.05	0.0012	0
0.06	1	0.06	0.0018	0
0.07	1	0.07	0.0024	0.0001
0.08	1	0.08	0.0032	0.0001
0.09	1	0.09	0.0041	0.0001
0.1	1	0.1	0.0050	0.0002
0.2	1.0001	0.2	0.020	0.0013
0.3	1.0003	0.3	0.045	0.0045
0.4	1.0011	0.4001	0.080	0.0106
0.5	1.0026	0.5003	0.125	0.0208
0.6	1.0054	0.6006	0.1801	0.0361
0.7	1.010	0.7019	0.2452	0.0572
0.8	1.017	0.8027	0.3204	0.0854
0.9	1.0274	0.9049	0.4057	0.1216
1.0	1.0417	1.0083	0.5014	0.1669
1.1	1.0611	1.1134	0.6075	0.2222
1.2	1.0865	1.2207	0.7241	0.2887
1.3	1.1192	1.3310	0.8517	0.3669
1.4	1.1604	1.4449	0.9905	0.4594
1.5	1.2116	1.5634	1.1408	0.5659
$\pi/2$	1.2541	1.6501	1.2541	0.6501

Функція	Дотичні по X від функцій Крилова			
	перша	друга	третя	четверта
$S(x)$	$\lambda V(x)$	$\lambda^2 U(x)$	$\lambda^3 T(x)$	$\lambda^4 S(x)$
$T(x)$	$\lambda S(x)$	$\lambda^2 V(x)$	$\lambda^3 U(x)$	$\lambda^4 T(x)$
$U(x)$	$\lambda T(x)$	$\lambda^2 S(x)$	$\lambda^3 V(x)$	$\lambda^4 U(x)$
$V(x)$	$\lambda U(x)$	$\lambda^2 T(x)$	$\lambda^3 S(x)$	$\lambda^4 V(x)$

## Список джерел

1. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1968.
2. Динамический расчет зданий и сооружений.: Справочник проектировщика. Под ред. Б.Г.Коренева. – М.: Стройиздат, 1984.
3. Новак С.М., Логвинец А.С. Защита от вибрации и шума в строительстве. – К.: Будівельник, 1990.
4. Безухов Н.И., Лужин О.В., Колкунов Н.В. Устойчивость и динамика сооружений в примерах и задачах. – М.: Высш. шк., 1987.
5. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник. Т. 1 – 3. Под ред. И. А. Биргера, Я. Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968.
6. Тимошенко С.П. Прочность и колебания элементов конструкций. – М.: Наука, 1975.
7. ДБН В.2.1-10-2009. Основи і фундаменти будівель і споруд. – К.: Мінрегіонбуд України, 2009.
8. СНиП 2.02.05 – 87. Фундаменты машин с динамическими нагрузками. – М.: Стройиздат, 1988.
9. Швец Н.С., Седин В.Л., Киричек Ю.А. Конструктивные способы снижения вибраций фундаментов машин с динамическими нагрузками. – М.: Стройиздат, 1987.
10. Гитман Ф.М. Проектирование фундаментов машин и конструкций с динамическими нагрузками. – К.: Будівельник, 1980.
11. ДБН В.1.1-12-2014. Строительство в сейсмических районах Украины. – К.: Минрегионстрой Украины, 2014.
12. Завриев К.С. и др. Основы теории сейсмостойкости зданий и сооружений. – М.: Стройиздат, 1970.
13. Медведев С.В. и др. Сейсмические воздействия на здания и сооружения. – М.: Стройиздат, 1968.
14. Егупов В.К., Командрина Т.А. Расчет зданий на сейсмические воздействия. – К.: Будівельник, 1969.
15. Егупов В.К. и др. Практические методы расчета зданий на сейсмостойкость. – К.: Будівельник, 1982.
16. Поляков С.В. Сейсмостойкие конструкции зданий. – М.: Высш. шк., 1983.
17. Поляков В.С., Килимник Л.Ш., Черкашин А.В. Современные методы сейсмозащиты зданий. – М.: Стройиздат, 1988.
18. Руководство по проектированию виброизоляции машин и оборудования. – ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. – М.: Стройиздат, 1972.

*Навчальне видання*

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ З КУРСУ

## **ДИНАМІКА БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ**

*(для студентів 5 курсу денної і 6 курсу заочної форм навчання спеціальності  
7.06010101, 8.06010101 – Промислове та цивільне будівництво та слухачів  
другої вищої освіти)*

**СТОЯНОВ Євгеній Геннадійович**

*За авторською редакцією*

Відповідальний за випуск *С. М. Золотов*  
Комп'ютерне верстання *Є. Г. Панова*

План 2012, поз. 4Л

Підп. до друку 12.04.2012 р.  
Друк на ризографі  
Тираж 50 пр.

Формат 60x84/16  
Ум. друк. арк. 2,6  
Зам. №

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова,  
вул. Революції, 12, Харків, 61002

Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК №4705 від 28.03.2014